

الاختبار الفصلي الأول

السؤال الأول:

(10 درجات)

1. إذا كانت $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} - 1 : n \in \mathbb{N} \right\}$ ، فأوجد $\sup A, \inf A$.

2. أثبت أن كل فترة مفتوحة في $\mathbb{R}$ تحتوي عددا نسبيا.

3. أثبت أن $\mathbb{R} \sim (0, 1)$.

4. أثبت باستخدام التعريف أن

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{3n+4} = \frac{2}{3}$$

السؤال الثاني:

(8 درجات)

1. إذا كانت $A, B \subset \mathbb{R}$ مجموعتين محدودتين، وكان $A \subset B$ ، فأثبت أن

$$\sup A \leq \sup B$$

2. إذا كانت $x_n \rightarrow x, y_n \rightarrow y$ ، فأثبت أن $x_n y_n \rightarrow xy$.

3. إذا كان $0 < c < 1$ ، فأثبت أن $\lim c^n = 0$.

السؤال الثالث:

(7 درجات)

1. أثبت أن المتتالية

$$x_1 = 2, \quad x_{n+1} = \frac{1}{3 - x_n}$$

مطرودة ومحدودة ثم أوجد نهايتها.

2. إذا كانت (x_n) متتالية تحقق

$$|x_{n+2} - x_{n+1}| \leq \frac{3}{4} |x_{n+1} - x_n|$$

فأثبت أن (x_n) متتالية كوشي.

3. إذا كانت (x_n) متتالية تحقق $|x_n - x_{n+1}| > c$ ، لكل $n \in \mathbb{N}$ ، فأثبت أن (x_n) متباعدة.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

إبراهيم العليان