المملكة العربية السعودية		وزارة التعليم
جامعة القصيم Qassim University		كلية الاقتصاد والإدارة CBE

ورقة العمل الخامسة لمقرر إحص 235 (الاحصاء في الاقتصاد والإدارة (2))			
القسم	نظم المعلومات الإدارية وإدارة الإنتاج	الوحدة	وحدة الأساليب الكمية
العام الجامعي	1443/1442هـ	الفصل الدراسي	421

<u>الموضوعات الواجب تغطيتها في الانحدار الخطي المتعدد</u> استخدم $\alpha = 0.05$ لجميع الأسئلة

معادلة الانحدار، تقدير معالم النموذج وتفسيرها (بإجراء عملية ضرب المصفوفات المعلومة ولا ضرورة لإيجاد المعكوس)، استخراج كل من المصفوفتين $X'X$، $X'Y$ من بيانات مجمعة، إيجاد SSR، SSE، معامل التحديد وتفسيره، اختبار الفرضيات وفترات الثقة لمعالم النموذج، اختبار معنوية النموذج الانحدار، اختبار معامل الارتباط. اختبار الفرضيات المركبة، اختبار مساواة انحدارين، اختبار معنوية التحسن في المقدرة التفسيرية للنموذج.

السؤال الأول:

لتكن لدينا معادلة الانحدار التالية:

$$y_j = \beta_0 + \beta_1 x_{1j} + \beta_2 x_{2j} + \varepsilon_j$$

حيث تمثل المتغيرات Y ، X_1 و X_2 على التوالي كمية الطلب، السعر، ومتوسط دخل المستهلكين.

اعتماداً على بيانات عينة حجمها 8 حصلنا على المعادلة التالية: $\hat{y} = -0.67 + 0.24x_1 + 0.84x_2$

إذا علمت أن:

$$\mathrm{R}^2 = 0.76 \qquad SSR = 38 \qquad (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{18923}{11452} & \frac{-1758}{11452} & \frac{-1365}{11452} \\ \frac{-1758}{11452} & \frac{400}{11452} & \frac{-28}{11452} \\ \frac{-1365}{11452} & \frac{-28}{11452} & \frac{231}{11452} \end{bmatrix}$$

المطلوب:

1-تشكيل جدول تحليل التباين ثم اختبر معنوية النموذج.

2-حساب الخطأ المعياري $S(b_2)$ ثم اختبار معنوية β_2.

3-كم تتوقع أن تكون قيمة Y عندما يصبح السعر $X_1 = 10$ ، ومتوسط الدخل $X_2 = 12$.

فرضيات الاختبار: النموذج غير معنوي: H_0 ، النموذج معنوي: H_1

SS	df	MS	F
38	2	19	7.92
12	5	2.4	
50	7		

إحصائية الاختبار من الجدول هي: $\boldsymbol{F = 7.92}$ أما القيمة الحرجة فهي:

بالمقارنة نرفض فرضية العدم لأن الإحصائية أكبر من القيمة الحرجة $F(\propto, k-1, n-k) = F(0.05,2,5) = 5.79$

$$S^2(b) = \frac{SSE}{n-k}(X'X)^{-1} = \frac{12}{5}\begin{bmatrix} \frac{18923}{11452} & \frac{-1758}{11452} & \frac{-1365}{11452} \\ \frac{-1758}{11452} & \frac{400}{11452} & \frac{-28}{11452} \\ \frac{-1365}{11452} & \frac{-28}{11452} & \frac{231}{11452} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} S^2(b_0) & & \\ 3.97 & & \\ & S^2(b_1) & \\ & 0.084 & \\ & & S^2(b_2) \\ & & 0.048 \end{bmatrix} \Rightarrow \quad S^2(b_2) = 0.048 \Rightarrow S(b_2) = 0.22$$

اختبار المعلمة β_2 :

الفرضيات $H_0 : \beta_2 = 0$ ، $H_1 : \beta_2 \neq 0$ ، الإحصائية $T = \frac{b_2}{S(b_2)} = \frac{0.84}{0.22} = 0.038$

القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 5) = 2.57$ ، بالمقارنة نقبل $H_0 : \beta_2 = 0$ لأن:

$T(0.025; 5) = 2.57 \geq |T| = |0.038|$ ، $\hat{y} = -0.67 + 0.24 \times 10 + 0.84 \times 12 = 11.81$

السؤال الثاني:

يبين الجدول التالي تطور قيمة الواردات بملايين الدولارات والدخل الوطني x_1 بمليارات الدولارات ومتوسط أسعار الاستيراد للطن الواحد x_2 بالدولار، لدولة ما خلال الفترة 2012-2020:

السنة	Y	X1	X2
2012	10	7	7
2013	11	8	6
2014	10	9	6
2015	12	10	5
2016	11	10	5
2017	13	10	4
2018	12	11	5
2019	14	12	4
2020	15	13	3

إذا علمت أن:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{32447}{423} & \frac{-1845}{423} & \frac{-2790}{423} \\ \frac{-1845}{423} & \frac{108}{423} & \frac{153}{423} \\ \frac{-2790}{423} & \frac{153}{423} & \frac{252}{423} \end{bmatrix}$$

المطلوب:

1-تقدير معادلة انحدار قيمة الواردات y على كل من x_1 و x_2. مع التفسير.

2-احسب كل من SSR ، SSE ، SST

3-إيجاد القيم التقديرية لتباين الأخطاء $S^2(b_0)$, $S^2(b_1)$, $S^2(b_2)$.

4-احتساب معامل التحديد R^2. كيف تعلق على هذه النتيجة؟

5-أوجد جدول تحليل التباين، ثم اختبر معنوية النموذج مع التعليق على النتائج.

6-أجر اختبار معنوية المعاملات β_1 و β_2 ، ثم أوجد فترات ثقة لكل من β_1 و β_2 . مع التعليق.

7-اختبر معنوية معامل الارتباط المتعدد ρ.

8-كم تتوقع أن يكون متوسط قيمة الواردات عندما يصبح الدخل 18 ومتوسط السعر 8.

الحل:

نوجد المجاميع التالية بعد إضافة بحقول جديدة للجدول: $\sum_{i=1}^{9} x_1 y = 1103$ ، $\sum_{i=1}^{9} x_2 y = 524$ ، $\sum_{i=1}^{9} y = 108$

السنة	Y	X1	X2	$x_1 y$	$x_2 y$	y^2
2012	10	7	7	70	70	100
2013	11	8	6	88	66	121
2014	10	9	6	90	60	100
2015	12	10	5	120	60	144
2016	11	10	5	110	55	121
2017	13	10	4	130	52	169
2018	12	11	5	132	60	144
2019	14	12	4	168	56	196
2020	15	13	3	195	45	225
sum	108			1103	524	1320

1-تقدير معادلة انحدار قيمة الواردات y على كل من x_1 و x_2.

$$b = (X\acute{X})^{-1} \times \acute{X}Y = \begin{bmatrix} \frac{32447}{423} & \frac{-1845}{423} & \frac{-2790}{423} \\ \frac{-1845}{423} & \frac{108}{423} & \frac{153}{423} \\ \frac{-2790}{423} & \frac{153}{423} & \frac{252}{423} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 108 \\ 1103 \\ 524 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.21 \\ 0.085 \\ -1.21 \end{bmatrix}$$

$$y_j = 17.21 + 0.085x_{1j} - 1.21x_{2j}$$

2-احسب كل من SSR ، SSE ، SST

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{108}{9} = 12 \quad ، \quad SST = \sum y^2 - n\,\bar{y}^2 = 1320 - 9 \times 144 = 24$$

$$SSR = b'X'Y - n\bar{Y}^2 = \begin{bmatrix} 17.21 & 0.085 & -1.21 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 108 \\ 1103 \\ 524 \end{bmatrix} - 1296 = 21.36 \quad ، \quad SSE = SST - SSR = 24 - 21.36 = 2.638$$

3-إيجاد القيم التقديرية لتباين الأخطاء $S^2(b_0)$, $S^2(b_1)$, $S^2(b_2)$.

$$S^2(b) = \frac{SSE}{n-k} \times (\acute{X}X)^{-1} = \frac{2.638}{9-3} \times \begin{bmatrix} \frac{32447}{423} & \frac{-1845}{423} & \frac{-2790}{423} \\ \frac{-1845}{423} & \frac{108}{423} & \frac{153}{423} \\ \frac{-2790}{423} & \frac{153}{423} & \frac{252}{423} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{33.73}{S^2(b_0)} & & \\ & \underset{0.112}{S^2(b_1)} & \\ & & \underset{0.262}{S^2(b_2)} \end{bmatrix}$$

4-حساب معامل التحديد R^2. كيف تعلق على هذه النتيجة؟

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{21.36}{24} = 0.89$$

يعني أن 89% من تغيرات التابع كان بسبب التغيرات في المتغيرين x_1 ، x_2

5-أوجد جدول تحليل التباين، ثم اختبر معنوية النموذج مع التعليق على النتائج.

لإجراء الاختبار نحدد الفرضيات وهي: النموذج غير معنوي H_0: ، النموذج معنوي H_1:

نوجد جدول تحليل التباين

SS	*df*	*MS*	*F*
21.36	2	10.68	24.29
2.638	6	0.439	
24	8		

إحصائية الاختبار من الجدول هي: $F = 24.29$، أما القيمة الحرجة فهي:

$F(\propto, k-1, n-k) = F(0.05,2,6) = 5.143$ **بالمقارنة نرفض فرضية العدم لأن الإحصائية أكبر من القيمة الحرجة**

6-أجر اختبار معنوية المعاملات β_1 و β_2 ، ثم أوجد فترات ثقة لكل من β_1 و β_2 .

لدينا: $b_1 = 0.085$ ، $S(b_1) = 0.3351$ ، $b_2 = -1.21$ ، $S(b_2) = 0.5118$

اختبار المعلمة β_1 :

الفرضيات $H_0 : \beta_1 = 0$ ، $H_1 : \beta_1 \neq 0$

الإحصائية $T = \frac{b_1}{S(b_1)} = \frac{0.085}{0.335} = 0.2539$ ، القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 6) = 2.447$

بالمقارنة نقبل $H_0 : \beta_1 = 0$.

اختبار المعلمة β_2 :

الفرضيات $H_0 : \beta_2 = 0$ ، $H_1 : \beta_2 \neq 0$ ، الإحصائية $T = \frac{b_2}{S(b_2)} = \frac{-1.21}{0.5118} = -2.36$

القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 6) = 2.447$

بالمقارنة نقبل $H_0 : \beta_2 = 0$ لأن: $T(0.025; 6) = 2.447 \leq |T| = |-2.36|$

7-اختبر معنوية معامل الارتباط المتعدد ρ.

الفرضيات $H_0 : \rho = 0$ ، $H_1 : \rho \neq 0$

الإحصائية $T = r\sqrt{\frac{n-k}{1-r^2}} = 0.94 \times \sqrt{\frac{9-3}{1-0.89}} = 6.969$

القيمة الحرجة $T(0.025; 6) = 2.447$ لذلك نرفض فرضية العدم لأن:

$T(0.025; 6) = 2.447 \leq T = 6.969$.

8-كم تتوقع أن يكون متوسط قيمة الواردات عندما يصبح الدخل 18 ومتوسط السعر 8.

$y_j = 17.21 + 0.085 \times 18 - 1.21 \times 8 = 9.0426$

السؤال الثالث:

بفرض أن حجم الواردات خلال الفترة الممتدة من 2013 حتى 2020، يرتبط بكل من مؤشر الإنتاج الصناعي x_1، الأصول المالية x_2 وحجم الصادرات x_3 بعلاقة خطية من الشكل:

$$\hat{y} = -3.12 - 0.35x_1 + 0.98x_2 + 0.56x_3 \quad ، \quad R^2 = 0.93 \quad ، \quad SSE = 0.9$$
$$(1.05) \quad (0.16) \quad (0.13) \quad (0.06)$$

حيث القيم بين الأقواس تمثل الأخطاء المعيارية لمعاملات الانحدار

المطلوب:

1. تفسير كل من b_1، b_2 و b_3 و كذلك معامل التحديد R^2.
2. إيجاد فترات ثقة لكل من β_1، β_2 و β_3 ثم اختبر معنوية هذه المعاملات
3. احسب الإحصائية F بالاعتماد على معامل التحديد R^2 ثم اختبر معنوية النموذج.

قمنا بإزالة المتغيرين x_2 ، x_3 من النموذج، وأبقينا مؤشر الإنتاج الصناعي x_1، فكانت معادلة الانحدار الناتجة:

$$\hat{y} = 3.38 - 1.62x_1 \quad ، \quad R^2 = 0.35 \quad ، \quad SSE = 8.36 \quad ، \quad F = 3.231$$
$$(2.5) \quad (1.24)$$

4. تلخيص خطوات اختبار الفرضية $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$.
5. أيهما أكثر فعالية، معادلة الانحدار الأولى (النموذج الأصلي) أم الثانية (أم المقيد)؟

الحل:

1- قيمة $b_1 = -0.35$ تعكس مقدار التناقص في قيم Y عندما تزداد X_1 بوحدة واحدة مع تثبيت قيم المتغيرات المستقلة الأخرى.

قيمة $b_2 = 0.98$ تعكس مقدار التزايد في قيم Y عندما تزداد X_2 بوحدة واحدة مع تثبيت قيم المتغيرات المستقلة الأخرى.

قيمة $b_3 = 0.56$ تعكس مقدار التزايد في قيم Y عندما تزداد X_3 بوحدة واحدة مع تثبيت قيم المتغيرات المستقلة الأخرى.

قيمة $R^2 = 0.93$ تعني أن 93% من التغيرات التي تحدث لـ Y سببها كل من X_1 و X_2 و X_3

2- فترة الثقة لـ β_1 هي: $\beta_1 \in b_1 \pm t(0.025; 4) \times S(b_1)$ بالتعويض نجد

$$\beta_1 \in -0.35 \pm 2.776 \times 0.16 \Rightarrow \beta_1 \in [-0.794; 0.094]$$

فترة الثقة لـ β_2 هي: $\beta_2 \in b_2 \pm t(0.025; 4) \times S(b_2)$ بالتعويض نجد

$$\beta_2 \in 0.98 \pm 2.776 \times 0.13 \Rightarrow \beta_2 \in [0.619; 1.341]$$

فترة الثقة لـ β_3 هي: $\beta_3 \in b_3 \pm t(0.025; 4) \times S(b_3)$ بالتعويض نجد

$$\beta_3 \in 0.56 \pm 2.776 \times 0.06 \Rightarrow \beta_3 \in [0.393; 0.727]$$

3- لحساب إحصائية الاختبار بالاعتماد على معامل التحديد R^2 (لا ضرورة لتشكيل جدول تحليل التباين) لذلك نستخدم العلاقة:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \times \frac{n-k}{k-1} = \frac{0.93}{1-0.93} \times \frac{8-4}{4-1} = 17.714$$

فرضيات الاختبار هي: $H_0: \rho = 0 \quad , \quad H_0: \rho \neq 0$

القيمة الحرجة هي: $F(\propto; k-1; n-k) = F(0.05; 3; 4) = 6.591$

بالمقارنة نجد أن $F = 9.964 \geq F(0.05; 3; 4) = 6.591$ إذاً نرفض $H_0: \rho = 0$

4- الطلب الرابع والخامس **عبارة عن اختبار الفروض المركبة:**

لدينا فرضيات الاختبار: $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$ ، $H_1 : \beta_2 \neq 0 \ or \ \beta_2 \neq 0 \ or \ \beta_1 and \ \beta_2 \neq 0$

أما عدد القيود فهي $q = 2$ نحسب الآن إحصائية الاختبار بالعلاقة:

$$F = \frac{(SSE_R - SSE_U)/q}{SSE_U/(n-k)} = \frac{(8.36 - 0.9)/2}{0.9/(8-4)} = 16.578$$

القيمة الحرجة هي $F(0.05,2,4) = 6.944$ وبالمقارنة نرفض $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$ (النموذج الأصلي أكثر فعالية النموذج المقيد)

السؤال الرابع: (اختبار شاو أو اختبار المقارنة بين نموذجين للانحدار في فترتين زمنيتين)

قمنا بإيجاد العلاقة بين الطلب y وبين المتغيرين المستقلين، المؤشر الاقتصادي x_1 و السعر x_2 خلال الفترة 1991 – 2004:

$$y = 0.05 + \underset{(0.03)}{1.98}x_1 - \underset{(0.01)}{0.84}x_2 \qquad SSE = 20.285$$

كما أوجدنا العلاقة بين الطلب وبين x_1 وبين x_2 خلال الفترة $2005 - 2018$:

$$y = 0.061 + \underset{(0.034)}{2.97}\, x_1 - \underset{(0.006)}{0.933} x_2 \qquad SSE = 123.255$$

أما معادلة الانحدار خلال كامل الفترة فهي:

$$y = 0.047 + \underset{(0.009)}{0.947} x_1 - \underset{(0.008)}{0.143} x_2 \qquad SSE = 420.65$$

حيث تشير القيم بين الأقواس إلى الأخطاء المعيارية لمعلمات النموذج.

المطلوب:

1. اختبار معنوية معلمات النموذج خلال كامل الفترة.
2. هل يوجد تغييرات معنوية في الطلب خلال هذه الفترة؟ حدد الاختبار المستخدم ونتائجه.

الحل:

1. اختبار معنوية معلمات النموذج خلال كامل الفترة.

$b_1 = 0.947$ ، $S(b_1) = 0.009$ ، $b_2 = -0.143$ ، $S(b_2) = 0.008$

اختبار المعلمة β_1 :

الفرضيات $H_0 : \beta_1 = 0$ ، $H_1 : \beta_1 \neq 0$

الإحصائية $T = \frac{b_1}{S(b_1)} = \frac{0.947}{0.009} = 105.22$ ، القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 25) = 2.059$

بالمقارنة نرفض $H_0 : \beta_1 = 0$.

اختبار المعلمة β_2 :

الفرضيات $H_0 : \beta_2 = 0$ ، $H_1 : \beta_2 \neq 0$ ، الإحصائية $T = \frac{b_2}{S(b_2)} = \frac{-0.143}{0.008} = -17.87$

القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 25) = 2.059$

بالمقارنة نرفض $H_0 : \beta_1 = 0$ أيضاً لأن: $T(0.025; 25) = 2.059 \leq |T| = |-17.87|$

2. الطلب الثاني هو اختبار شاو.

لإجراء هذا الاختبار لدينا:

الفترة الزمنية الأولى من 1991 إلى 2004 أي (14) والثانية من 2005 إلى 2018 أي (14) وبالتالي الكلية من 1991 إلى 2018 أي ($n = 28$). قيمة $k = 3$ ، $SSE_1 = 20.285$ ،

$SSE_2 = 123.255$ ، $SSE_T = 420.65$

فرضيات الاختبار: لا يوجد خلاف بين نموذج الفترة الأولى وبين نموذج الفترة الثانية: H_0

يوجد خلاف بين نموذج الفترة الأولى وبين نموذج الفترة الثانية: H_1

نسحب إحصائية الاختبار

$$F = \frac{[SSE_T - (SSE_1 + SSE_2)]/K}{(SSE_1 + SSE_2)/(n-2k)} = \frac{[420.65 - (20.285 + 123.255)]/3}{(20.285 + 123.255)/(28-6)} = 14.157$$

أما القيمة الحرجة $F(0.05,3,22) = 3.049$ ، بالمقارنة نرفض فرضية العدم (يوجد خلاف بين النموذجين)

السؤال الخامس: اختبار المقدرة التفسيرية

قمنا بإيجاد معادلة انحدار خطي بين متغير الاقتصاد الكلي y وبين المتغيرات المستقلة، الإنفاق الحكومي x_1 والاستهلاك الخاص x_2 والاستثمار x_3 خلال الفترة 1975–2012، فحصلنا على النموذج الأول:

$$\hat{y} = -5.127 - \underset{(0.52)}{0.69}x_1 + \underset{(0.95)}{2.71}x_2 + \underset{(0.78)}{2.93}x_3 \quad ، \quad SSE = 0.427 \quad R^2 = 0.77$$

تمت إضافة كل من متغير الصادرات x_4 ومتغير الواردات x_5 للنموذج، فحصلنا على العلاقة التالية:

$$\hat{y} = 521.44 + \underset{(0.40)}{0.94}x_1 + \underset{(0.72)}{0.92}x_2 + \underset{(0.60)}{1.175}x_3 + \underset{(0.035)}{0.99}\,x_4 - \underset{(0.108)}{0.92}x_5$$

$$SSE = 0.129 \quad R^2 = 0.93$$

حيث تمثل القيم بين الأقواس الأخطاء المعيارية لمعالم النموذج المقدرة.

المطلوب:

1. اختبار معنوية معالم النموذج الأول.
2. اختبار معنوية النموذج الثاني. ما هو تعليقك بخصوص علاقة المتغير التابع y بالمتغيرات المستقلة؟

3. المقارنة بين النموذجين بإجراء اختبار المتغيرات المضافة. هل أدت إضافة كل من الصادرات والواردات الى تحسين المقدرة التفسيرية للنموذج؟

الحل:

1. اختبار معنوية معالم النموذج الأول. $\hat{y} = -5.127 - \underset{(0.52)}{0.69}x_1 + \underset{(0.95)}{2.71}x_2 + \underset{(0.78)}{2.93}x_3$

$b_1 = -0.69$ ، $S(b_1) = 0.52$ ، $b_2 = 2.71$ ، $S(b_2) = 0.95$

$b_3 = 2.93$ ، $S(b_3) = 0.78$ الفترة الزمنية من 1975 من 2012 هي $(n = 38)$

اختبار المعلمة β_1 :

الفرضيات $H_0 : \beta_1 = 0$ ، $H_1 : \beta_1 \neq 0$ ، الإحصائية $T = \frac{b_1}{S(b_1)} = \frac{-0.69}{0.52} = -1.327$

القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 38-4) = 2.032$

بالمقارنة نقبل $H_0 : \beta_1 = 0$. لأن القيمة المطلقة لإحصائية الاختبار أصغر من القيمة الحرجة.

اختبار المعلمة β_2 :

الفرضيات $H_0 : \beta_2 = 0$ ، $H_2 : \beta_2 \neq 0$ ، الإحصائية $T = \frac{b_2}{S(b_2)} = \frac{2.71}{0.95} = 2.853$

القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 38-4) = 2.032$

بالمقارنة نرفض $H_0 : \beta_2 = 0$ لأن القيمة المطلقة لإحصائية الاختبار أكبر من القيمة الحرجة.

اختبار المعلمة β_3 :

الفرضيات $H_0 : \beta_3 = 0$ ، $H_1 : \beta_3 \neq 0$ ، الإحصائية $T = \frac{b_3}{S(b_3)} = \frac{2.93}{0.78} = 3.756$

القيمة الحرجة هي: $T(\propto/2; n-k) = T(0.025; 38-4) = 2.032$

بالمقارنة نرفض $H_0 : \beta_3 = 0$ لأن القيمة المطلقة لإحصائية الاختبار أكبر من القيمة الحرجة.

2. إيجاد جدول تحليل التباين واختبار معنوية النموذج الثاني.

$$\hat{y} = 521.44 + \underset{(0.40)}{0.94}x_1 + \underset{(0.72)}{0.92}x_2 + \underset{(0.60)}{1.175}x_3 + \underset{(0.035)}{0.99}\,x_4 - \underset{(0.108)}{0.92}x_5$$

واضح أن النموذج الثاني يحوي 5 متغيرات مستقلة وبالتالي $k = 6$ لنوجد جدول تحليل التباين:

$SSE = 0.129$ للنموذج الثاني، $R^2 = 0.77$ ، $SSE = 0.427$ للنموذج الأول وبالتالي

أو $R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{SST-SSE}{SST} = \frac{SST-0.427}{SST} = 0.77$

$$SST - 0.427 = 0.77SST \rightarrow SST - 0.77SST = 0.427 \rightarrow SST(1-0.77) = 0.427$$

ومنه نحصل على $SST(1-0.77) = 0.427 \rightarrow SST = \frac{0.427}{0.23} = 1.857$

لكن لنتذكر دوما أن *SST* للنموذج الأول يساوي *SST* للنموذج الثاني لأن قيم *Y* لم تتغير

نحسب $\boldsymbol{SSR}$ لدينا: $\boldsymbol{SST = SSR - SSE \rightarrow SSR = SST - SSE}$ أو $\boldsymbol{SSR = 1.857 - 0.129 = 1.728}$

نضع الآن القيم في جدول تحليل التباين

SS	df	MS	F
1.728	5	0.346	86.5
0.129	32	0.004	
1.857	37		

لإجراء الاختبار نحدد الفرضيات:

فرضيات الاختبار: النموذج غير معنوي: H_0 ، النموذج معنوي: H_1 ، إحصائية الاختبار من الجدول هي: $F = 86.5$

أما القيمة الحرجة فهي: $F(\propto/2, k-1, n-k) = F(0.05,5,32) = 2.512$

بالمقارنة نرفض فرضية العدم لأن الإحصائية أكبر من الحرجة

3. المقارنة بين النموذجين بإجراء اختبار المتغيرات المضافة هو اختبار المقدرة التفسيرية للنموذج؟

النموذج الأصلي هو :

$$\hat{y} = -5.127 - \underset{(0.52)}{0.69}x_1 + \underset{(0.95)}{2.71}x_2 + \underset{(0.78)}{2.93}x_3$$

يحوي 3 متغيرات مستقلة أي $k = 4$.

النموذج الجديد (بعد إضافة المتغيرات المستقلة x_4 ، x_5) هو:

$$\hat{y} = 521.44 + \underset{(0.40)}{0.94}x_1 + \underset{(0.72)}{0.92}x_2 + \underset{(0.60)}{1.175}x_3 + \underset{(0.035)}{0.99}\,x_4 - \underset{(0.108)}{0.92}x_5$$

يحوي 3+2 متغيرات مستقلة أي $L = 2$. لإجراء الاختبار نحدد الفرضيات:

H_0: لم تتحسن المقدرة التفسيرية للنموذج ، H_1: تحسنت المقدرة التفسيرية للنموذج بشكل معنوي

نحسب إحصائية الاختبار بالعلاقة:

$$F = \frac{(SSE_1 - SSE_2)/L}{SSE_2/(n-k-L)} = \frac{(0.427 - 0.129)/2}{0.129/(38-4-2)} = 36.589$$

القيمة الحرجة هي: $F(\propto/2, L, n-k-L) = F(0.05,2,32) = 3.294$

بالمقارنة نرفض فرضية العدم لأن الإحصائية أكبر من الحرجة (**تحسنت المقدرة التفسيرية**)

بعض القيم الحرجة:

$F(0.05,2,5) = 5.79$ ، $F(0.05,2,6) = 5.143$ ، $T(0.025;6) = 2.447$ ، $T(0.025;4) = 2.776$ ،

$F(0.05;3;4) = 6.591$ ، $F(0.05,2,4) = 6.944$ ، $F(0.05,1,12) = 4.747$

$T(0.025;25) = 2.059$ ، $F(0.05,3,22) = 3.049$ ، $T(0.025;34) = 2.032$

$F(0.05,5,32) = 2.512$ ، $F(0.05,2,32) = 3.294$ ، $F(0.05,1,13) = 4.667$