

وزارة التعليم		المملكة العربية السعودية
 كلية الاقتصاد والإدارة COLLEGE OF BUSINESS AND ECONOMICS PREPARE INFLUENTIAL GRADUATES IN THE BUSINESS COMMUNITY		 جامعة القصيم

ورقة العمل الرابعة لمقرر إحصاء 235 (الإحصاء في الاقتصاد والإدارة (2))			
وحدة الأساليب الكمية	الوحدة	نظم المعلومات الإدارية وإدارة الإنتاج	القسم
421	الفصل الدراسي	1443/1442 هـ	العام الجامعي

الموضوعات الواجب تغطيتها في الانحدار الخطي البسيط استخدم $\alpha = 0.05$ لجميع الأسئلة

معادلة الانحدار، تقدير معالم النموذج وتفسيرها، من بيانات مجمعة وغير مجمعة، إيجاد SSR ، SSE ، معامل التحديد وتفسيره، اختبار الفرضيات وفترات الثقة لمعالم النموذج، اختبار معنوية النموذج الانحدار، اختبار معامل الارتباط.

السؤال الأول:

يبين الجدول التالي حجم المبيعات لشركة ما وحجم المنافس الرئيسي في عدة فروع:

X	1	2	2	3	3	4	4	5
Y	15	10	9	7	8	5	6	4

المطلوب:

1- تقدير معاملات النموذج ومعادلة الانحدار، ومعاملي الارتباط والتحديد

2- اختبار معنوية معامل الانحدار وفترة الثقة.

3- اختبار معنوية النموذج.

الحل:

$$\sum_{i=1}^8 y = 64 \quad , \quad \sum_{i=1}^8 x = 24 \quad , \quad \sum_{i=1}^8 x^2 = 84 \quad , \quad \sum_{i=1}^8 y^2 = 596 \quad , \quad \sum_{i=1}^8 xy = 162$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 xy - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^8 x^2 - n\bar{X}^2} = \frac{162 - 8 \times 3 \times 8}{84 - 8 \times 9} = \frac{162 - 192}{12} = \frac{-30}{12} = -2.5 \quad , \quad b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X} = 8 - (-2.5) \times 3 = 8 + 7.5 = 15.5$$

$$\hat{y} = b_1x + b_0 = -2.5x + 15.5$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^8 x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^8 y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2}} = \frac{-30}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{596 - 512}} = -0.9449$$

$$SST = \sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2 = 596 - 512 = 84 \quad , \quad SSR = b_1^2 \left(\sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2 \right) = (-2.5)^2 \times 12 = 6.25 \times 12 = 75$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{75}{84} = 0.892857 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{SSR}{SST}} = \sqrt{\frac{75}{84}} = -0.9449$$

2- اختبار معنوية معامل الانحدار وفترة الثقة لمعامل الانحدار.

اختبار المعلمة β_1 :

الفرضيات $H_0 : \beta_1 = 0$ ، $H_1 : \beta_1 \neq 0$ لنوجد الخطأ المعياري:

$$S(b_1) = \sqrt{\frac{SSE}{n-2} \times \left(\frac{1}{\sum x^2 - n \cdot \bar{X}^2} \right)} = \sqrt{\frac{9}{6} \times \left(\frac{1}{12} \right)} = 0.3536$$

الإحصائية $T = \frac{-2.5}{0.3536} = -7.07$ ، القيمة الحرجة $T(0.025; 6) = 2.447$ بالمقارنة نرفض فرضية العدم قبل H_0 :

$\beta_1 = 0$ لأن القيمة المطلقة لإحصائية الاختبار أكبر من القيمة الحرجة

بالتعويض نجد $\beta_1 \in b_1 \pm t(0.025; 6) \times S(b_1)$ هي: فترة الثقة لـ

$$\beta_1 \in -2.5 \pm 2.447 \times 0.3536 \Rightarrow \beta_1 \in [-3.37; -1.63]$$

3- اختبار معنوية النموذج.

لإجراء الاختبار نحدد الفرضيات: H_0 : النموذج غير معنوي. H_1 : النموذج معنوي.

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	F
بين المجموعات	$SSR = 75$	1	75	50
الخطأ	$SSE = 9$	6	1.5	
المجموع	$SST = 84$	7		

إحصائية الاختبار هي: $F = 50$ أما القيمة الحرجة فهي $F(0.05; 1; 6) = 5.99$ إذا نرفض فرضية العدم.

السؤال الثاني:

لدراسة العلاقة بين حجم الإنفاق وعدد أفراد الأسرة اخترنا عينة من الأسر وحسبنا المجاميع التالية:

$$\sum_1^5 y = 35 \quad , \quad \sum_1^5 x = 15 \quad , \quad \sum_1^5 x^2 = 51 \quad , \quad \sum_1^5 y^2 = 271 \quad , \quad \sum_1^5 xy = 116$$

المطلوب:

1- تقدير معاملات النموذج ومعادلة الانحدار، ومعامل الارتباط والتحديد

2- اختبار معنوية معامل الانحدار وفترة الثقة.

3- اختبار معنوية النموذج.

الحل:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 xy - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^8 x^2 - n\bar{X}^2} = \frac{116 - 5 \times 3 \times 7}{51 - 5 \times 9} = \frac{11}{6} = 1.83 \quad , \quad b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X} = 7 - 1.83 \times 3 = 8 - 5.49 = 2.51$$

$$\hat{y} = b_1x + b_0 = 1.83x + 2.51$$

$$SST = \sum y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2 = 271 - 5 \times 49 = 26 \quad , \quad SSR = b_1^2 (\sum x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2) = (1.83)^2 \times 6 = 20.09$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{20.09}{26} = 0.773 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{SSR}{SST}} = \sqrt{0.773} = 0.879$$

2- اختبار معنوية معامل الانحدار وفترة الثقة لمعامل الانحدار.

اختبار المعلمة β_1 :

الفرضيات $H_0 : \beta_1 = 0$ ، $H_1 : \beta_1 \neq 0$ لنوجد الخطأ المعياري:

$$S(b_1) = \sqrt{\frac{SSE}{n-2} \times \left(\frac{1}{\sum x^2 - n \cdot \bar{X}^2} \right)} = \sqrt{\frac{5.91}{3} \times \left(\frac{1}{6} \right)} = 0.57$$

الإحصائية $T = \frac{1.83}{0.57} = 3.21$ ، القيمة الحرجة $T(0.025; 3) = 3.18$ بالمقارنة نرفض فرضية العدم قبل H_0 :

لأن القيمة المطلقة لإحصائية الاختبار أكبر من القيمة الحرجة $\beta_1 = 0$

بالتعويض نجد $\beta_1 \in b_1 \pm t(0.025; 3) \times S(b_1)$ هي فترة الثقة لـ

$$\beta_1 \in 1.83 \pm 3.18 \times 0.57 \Rightarrow \beta_1 \in [0.017; 3.643]$$

3-اختبار معنوية النموذج.

لإجراء الاختبار نحدد الفرضيات: H_0 : النموذج غير معنوي. H_1 : النموذج معنوي.

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	F
بين المجموعات	$SSR = 20.09$	1	20.09	10.198
الخطأ	$SSE = 5.91$	3	1.97	
المجموع	$SST = 26$	4		

إحصائية الاختبار هي: $F = 10.198$ أما القيمة الحرجة فهي $F(0.05; 1; 3) = 10.128$ **إذا نرفض فرضية العدم.**