Steady state error

* خطوات حل المسائل :

1. التأكد من أن السيستم Stable عن طريق تحويله إلى بلوكة واحدة وتطبيق Routh array أو حساب أصفار المقام.
2. معرفة نوع الـ Input ، وعندنا ثلاثة أنواع .
3. حساب الـ error const الخاص بنوع الـ Input .
4. حساب الـ Steady state error .

ملاحظة / لو كان not stable نوقف عند أول خطوة فقط

Type of input	error constant	Steady state error
Step R (Position error)	$K_p = \lim_{s \to 0} G(s)$	$\frac{R}{1 + K_p}$
ramp Rt (Velocity error)	$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G(s)$	$\frac{R}{K_v}$
Parabolic $\frac{Rt^2}{2}$ (acceleration error)	$K_a = \lim_{s \to 0} s^2\,G(s)$	$\frac{R}{K_a}$

حيث أن G(s) هي الموجودة في الـ unity feedback كما في الصورة :

[وليست البلوكة المختصرة] !

Ahmed Alsharani

System type:

نقدر نعرف نوع system type عن طريق أصفار المقام لـ G(s) :

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)} \longrightarrow \text{Type } 1 \quad : \quad s = 0, -2$$

نأخذ عدد أصفار المقام التي تساوي صفر فقط 1

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+2)} \longrightarrow \text{Type } 2 \quad : \quad s = 0, 0, -2$$

عدد أصفار المقام المساوية للصفر فقط 2

$$G(s) = \frac{1}{s^3(s+2)} \longrightarrow \text{Type } 3 \quad : \quad s = 0, 0, 0, -2$$

عدد أصفار المقام المساوية للصفر فقط 3

الـ error constant سواءً K_p أو K_v أو K_a تدل على نوع system type :

$K_p = \infty \longrightarrow$ system type is 1 or more

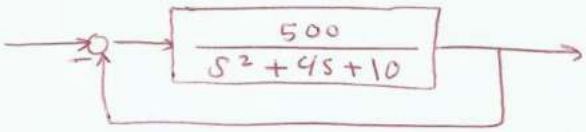
$K_v = \infty \longrightarrow$ system type is 2 or more

$K_a = \infty \longrightarrow$ system type is 3 or more

قاعدة : إذا كان error const يساوي ∞ فهذا يعني أن Steady state error يساوي صفر

Ahmed Alsharani

Example: For the unity feedback system:



Find the steady state error if the input:

ⓐ $40\,u(t)$

ⓑ $60t\,u(t)$

ⓒ $70t^2\,u(t)$

And determine the system type.

Solution:

أولاً نتأكد من أنه stable عن طريق تحويله إلى بلوكة واحدة:

$$\Rightarrow \frac{500}{s^2+4s+510}$$

راجع الملخص الأول لمعرفة طريقة الاختصار

s^2	1	510
s^1	4	
s^0	510	

no sign change ⟶ Stable

ⓐ $40\,u(t)$ ⟶ Step input

نحسب error const وهو k_p:

$$k_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{500}{s^2+4s+10} = \frac{500}{0^2+4(0)+10} = \boxed{50}$$

نحسب الـ error لـ step input:

$$e_{ss} = \frac{R}{1+k_p} = \frac{40}{1+50} = \frac{40}{51} = \boxed{0.78}$$

(b) $60t\,u(t)$ ⟶ ramp input

$$K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s) = \lim_{s\to 0} s \times \frac{500}{s^2+4s+10}$$

$$= 0 \times \frac{500}{0^2+4(0)+10} = \boxed{0}$$

$$e_{ss} = \frac{R}{K_v} = \frac{60}{0} = \boxed{\infty}$$

(c) $70t^2\,u(t)$ ⟶ parabolic input

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = \lim_{s\to 0} s^2 \times \frac{500}{s^2+4s+10}$$

$$= 0^2 \times \frac{500}{0^2+4(0)+10} = \boxed{0}$$

$$e_{ss} = \frac{R}{K_a} = \frac{70}{0} = \boxed{\infty}$$

و نحدد نوع system type عن طريق أصفار المقام :

$\frac{500}{s^2+4s+10} \Rightarrow$ $\boxed{s = -2+\sqrt{6}\,i \quad , \quad -2-\sqrt{6}\,i}$ بالآلة :

وبما أنه لا يوجد أي صفر ⟸ System is Type 0

Ahmed Alsharani