

Chapter 8

Pressure, buoyant force and Archimedes' Principle

الضغط وقوة الطفو ومبدأ ارشميدس

Density ρ

It is the mass per unit volume.

الكثافة هي الكتلة لكل وحدة حجم

$$\rho = \frac{m}{V}$$



The density ρ is a scalar quantity.

Units: kg/m^3 and **Dimensions:** ML^{-3}

8.1: Pressure:

It is the force per unit area.

الضغط هو القوة لكل وحدة مساحة

$$P = \frac{F}{A}$$

The pressure P is a Scalar quantity.

Units: $\text{Pa} = \text{N/m}^2 = \text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s}^2)$ and **Dimensions:** $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$

Fluid is

A collection of molecules that are randomly arranged and held together by weak cohesive forces and by forces exerted by the walls of a container. Both liquids and gases are fluids.

عبارة عن مجموعة من الجزيئات مرتبة بشكل عشوائي وتتماسك بواسطة قوى تماسك ضعيفة وقوى ناتجة عن جدران الوعاء. السوائل والغازات جميعها موائع.

Example 14.1

page 418 in the book



The mattress of a water bed is 2 m long by 2 m wide and 30 cm deep.

- (a) Find the weight of the water?
(b) Find the pressure exerted by the water on the floor.

$$(\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ and } g = 9.8 \text{ m/s}^2)$$

فراش مائي طوله ٢ متر وعرضه ٢ متر وارتفاعه ٣٠ سم.
(أ) أوجد وزن الماء؟ (ب) أوجد الضغط الذي يؤثر به الماء على أرضيته.
(كثافة الماء ١٠٠٠ كجم/م^٣ وعجلة الجاذبية ٩.٨ م/ث^٢.)

Answer

Given:

$$L = 2\text{m} \quad W = 2\text{m} \quad d = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع (العمق)

$$(a) \quad F_g = mg = \rho Vg = 1000 \times (2 \times 2 \times 0.30) \times 9.8 = 11760 \text{ N}$$

$$(b) \quad P = \frac{F}{A} = \frac{11760}{2 \times 2} = 2940 \text{ Pa}$$

Variation of Pressure with Depth

تغير الضغط مع العمق



Prove that the pressure at a depth h below a point in the liquid greater than P_0 by an amount $\rho g h$.

$$P = \rho g h$$

اثبت ان الضغط عن عمق معين يزيد عن الضغط الجوي بمقدار

$$(\rho g h)$$

Proof

$$\therefore P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} = \frac{\rho (Ah) g}{A}$$

$$\therefore P = \rho g h$$

If the liquid is open to the atmosphere and P_0 is the pressure at the surface of the liquid,:

إذا كان السائل معرض للجو و P_0 هو الضغط عند سطح السائل فإن:

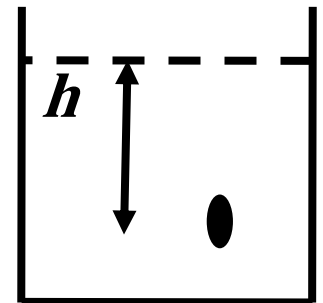
$$P = \rho g h + P_0$$

Or

$$\Delta P = P - P_0 = \rho g h$$

h is depth of the point

P_0 is atmospheric pressure = 1.00 atm = 1.013×10^5 Pa



Pascal's Law



Pascal's law states that:

“A change in pressure applied to an enclosed fluid is totally transmitted to every point of the fluid and to the walls of the container”

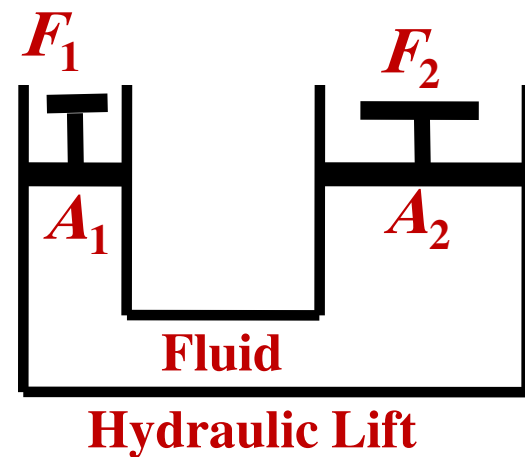
ينتقل تغير الضغط المطبق على السائل المغلق تمامًا إلى كل نقطة من السائل وإلى جدران الوعاء.

Because pressure is the same at both pistons.

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

or

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$



F_1 is force acting on the small piston

F_2 is force acting on the big piston.

A_1 is area of the small piston

A_2 is area of the big piston

F_2 is always greater than F_1 by the amount of A_2/A_1

Example

Ex. 14.2 page 81 in the book



In a car lift used in a service station, compressed air exerts a force on a small piston that has a circular cross section and a radius of 5 cm. This pressure is transmitted by a liquid to a piston that has a radius of 15 cm.

- (a) What force must the compressed air exert to lift a car weighing 13300 N?
- (b) What air pressure produces this force?

في رافعة السيارات المستخدمة في محطة الخدمة ، الهواء المضغوط يؤثر بقوة على المكبس الصغير ذو مساحة المقطع الدائرية والذي نصف قطره ٥ سم. هذا الضغط ينتقل تماما بواسطة السائل إلى المكبس الكبير الذي نصف قطره ١٥ سم.

- (أ) ما هي القوة التي يجب أن يؤثر بها الهواء المضغوط لكي يرفع سيارة تزن ١٣٣٠٠ نيوتن؟
- (ب) ما هو ضغط الهواء الذي يولد هذه القوة؟

Given:

$$F_1 = ???$$

$$F_2 = 13300 \text{ N}$$

$$r_1 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$r_2 = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}$$

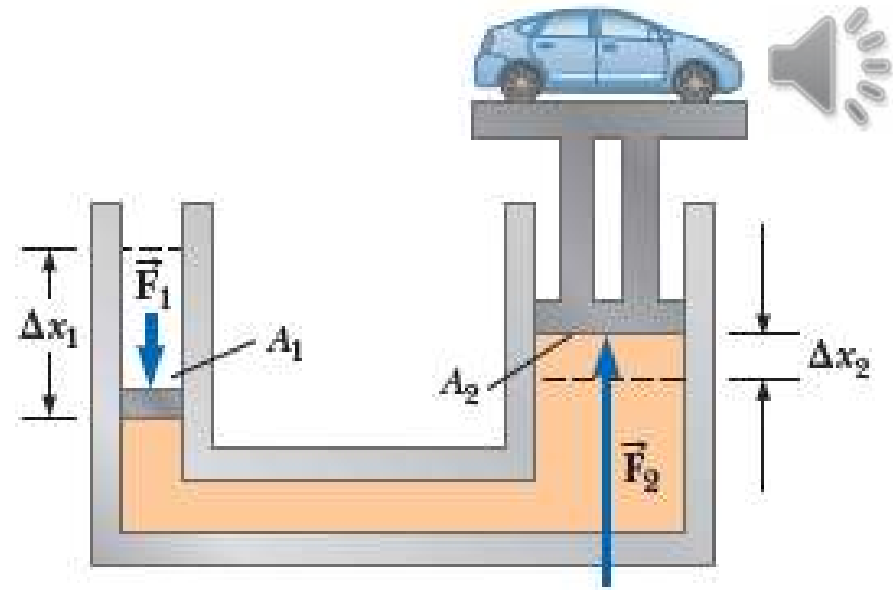
$$A_1 = \pi r_1^2 = (3.14) \times 0.05^2$$

$$A_2 = \pi r_2^2 = (3.14) \times 0.15^2$$

Answer

$$r_1 = 0.05 \text{ m}$$
$$r_2 = 0.15 \text{ m}$$

$$F_1 = ?$$
$$F_2 = 13300 \text{ N}$$



a

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$



$$F_1 = F_2 \frac{A_1}{A_2}$$

$$F_1 = (13300) \frac{(3.14) \times 0.05^2}{(3.14) \times 0.15^2} = 1477.8 \text{ N}$$

b

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1477.8}{(3.14) \times 0.05^2} = 188254.7 \text{ Pa} = 188.16 \text{ kPa}$$



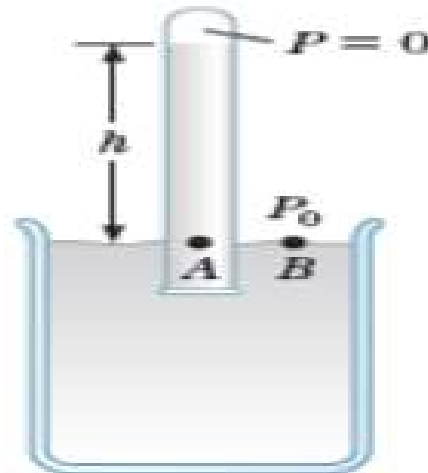
8.2: Pressure Measurements:

سنتعرف على جهازين لقياس الضغط:

١. Mercury barometer:

يستخدم لقياس الضغط الجوي. وهو عبارة عن أنبوب طويل مغلق من طرف واحد مملوء بالزئبق و مقلوب في وعاء من الزئبق. طرف الأنبوب المغلق تقريبا عبارة عن فراغ، وبالتالي يمكن اعتبار الضغط في أعلى الأنبوب بصفر. عند ضغط جوي $P_0 = 1 \text{ atm}$ يكون ارتفاع عمود الزئبق في الأنبوب 0.760 m ، ويتغير الارتفاع بتغير الضغط. (الشكل a)

The instrument used to measure the atmospheric pressure. A long tube closed at one end is filled with mercury and then inverted into a dish of mercury. The closed end of the tube is nearly a vacuum, so the pressure at the top of the mercury column can be taken as zero. The height of the mercury column for one atmosphere of pressure, $P_0 = 1 \text{ atm}$, is 0.760 m . As atmospheric varies, the height of the mercury column varies. (figure a)

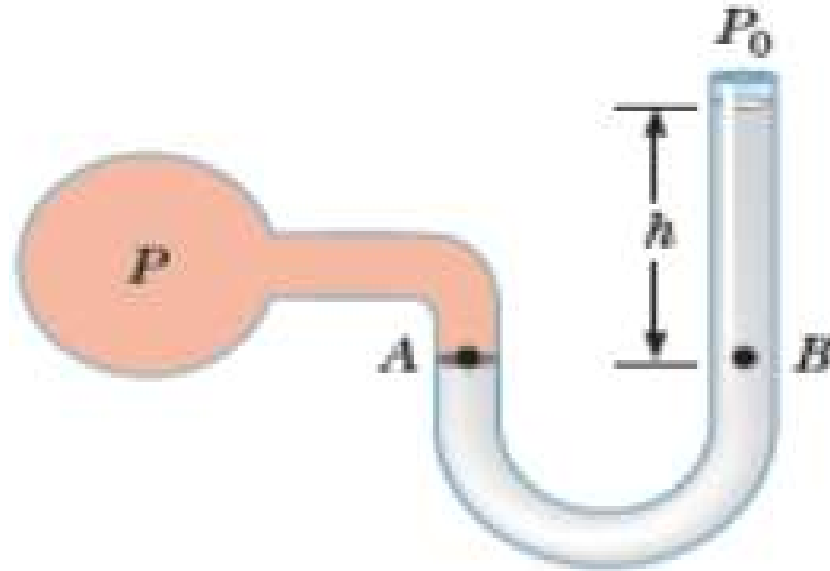




2. Open-tube manometer :

يستخدم لقياس ضغط الغاز الموجود داخل إناء. أنبوب بشكل حرف U يحتوي على سائل وطرفه الأول مفتوح، ويتصل طرفه الثاني بإناء يحتوي على غاز ضغطه P . (الشكل b)

The device is for measuring the pressure of gas contained in a vessel. One end of a U-shaped tube containing liquid is open to the atmosphere, and the other end is connected to a container of gas at pressure P . (figure b)



Lecture 8.۲:

8.3: Buoyant Forces and Archimedes' Principle:

قوة الطفو ومبدأ أرخميدس



Archimedes' principle states that:

“The magnitude of the buoyant force always equals the weight of the fluid displaced by the object”

مقدار قوة الطفو على الجسم تساوي دائما وزن المائع المزاح بواسطة الجسم. ويعرف هذا بمبدأ أرخميدس

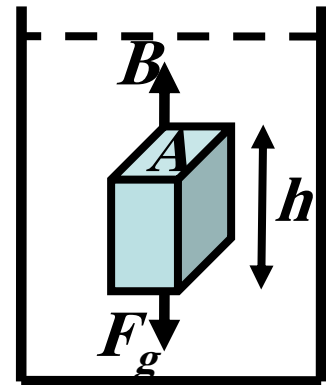
Proof

Let a cube immersed inside a fluid.

The buoyant force B arises from the pressure difference between the bottom P_b and top P_t of the cube.

$$B = \Delta P A = (P_b - P_t) A = (\rho_f g h) A \quad \therefore B = \rho_f g V_f$$

$$\therefore B = m_f g \quad \therefore B = F_{g \text{ fluid}}$$



So, The buoyant force $B =$ The weight of the displaced fluid $F_{g \text{ fluid}}$

Important Remark



$$\therefore B = F_{g_1} - F_{g_2} = \rho_{fluid} g V_{fluid}$$

Where:

F_{g_1}

is the weight of object in air

F_{g_2}

is the weight of object in fluid

In Case of Floating Object

في حالة الجسم الطافي

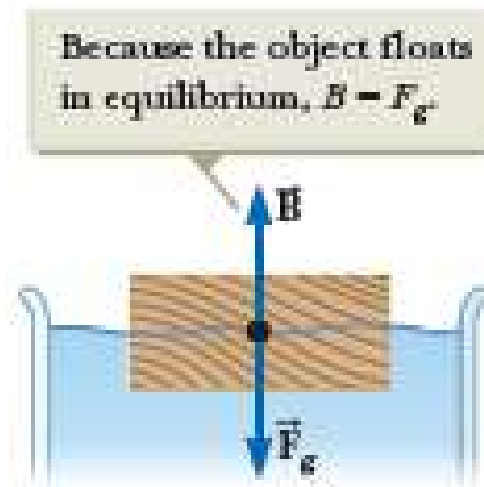
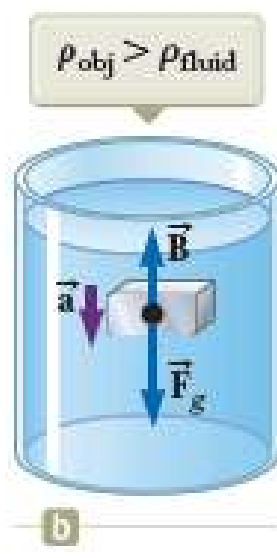
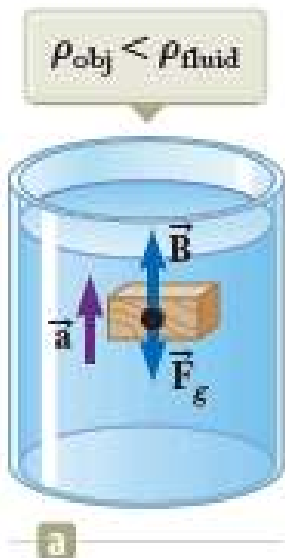
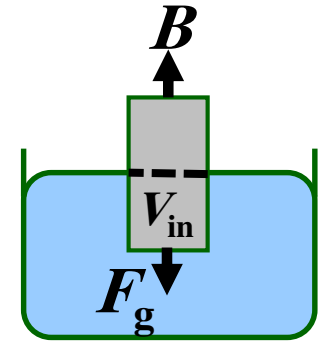


The buoyant force $B =$ The weight F_g of object

$$\rho_{fluid} g V_{in} = \rho_{obj} g V_{obj}$$

$$\therefore \rho_{fluid} V_{in} = \rho_{obj} V_{obj}$$

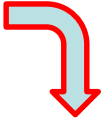
$$\therefore \frac{V_{in}}{V_{obj}} = \frac{\rho_{obj}}{\rho_{fluid}}$$





• إذا كانت كثافة الجسم أكبر من كثافة المائع فإن الجسم سينزل إلى أسفل (يغرق)

• density of Object $>$ Density of fluid $\implies B < F_g \implies$ Object sinks



• إذا كانت كثافة الجسم أقل من كثافة المائع فإنه سيعود لأعلى سطح المائع (يطفو)

• density of Object $<$ Density of fluid $\implies B > F_g \implies$ Object floats



• قوة الطفو تساوي قوة الجاذبية على الجسم يبقى متزن علي وضعه

• density of Object = Density of fluid $\implies B = F_g \implies$ Net force of Object = Zero
and the object remains in equilibrium.

Therefore, The direction of the motion of an object submerged in a fluid is determined only by the densities of the object and the fluid.

اتجاه حركة الجسم المغمور في مائع يتحدد فقط بكثافة الجسم والمائع

$$\frac{V_{\text{fluid}}}{V_{\text{object}}} = \frac{\rho_{\text{fluid}}}{\rho_{\text{Object}}} \text{ هام}$$

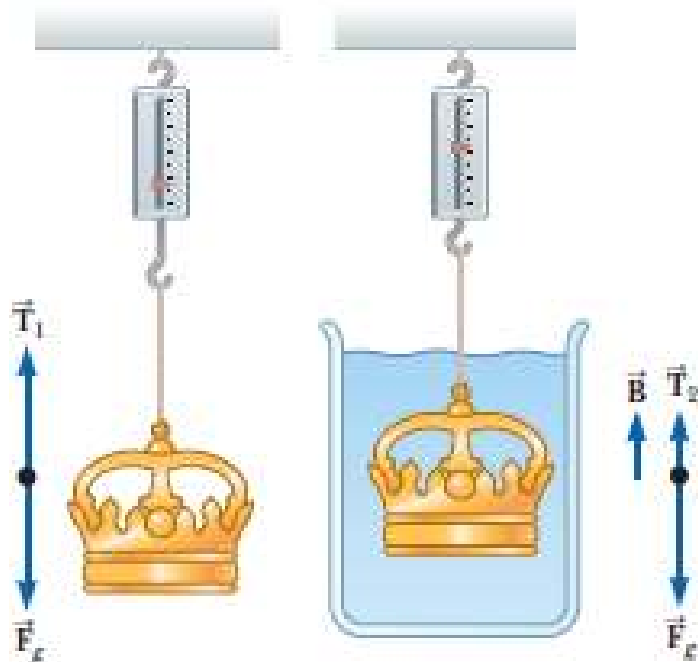
Example 14.5

page 426 in the book



Archimedes supposedly was asked to determine whether a crown made for the king consisted of pure gold. Legend has it that he solved this problem by weighing the crown first in air and then in water. Suppose the scale read 7.84 N in air and 6.84 N in water. What should Archimedes have told the king? ($\rho_{\text{water}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{gold}} = 19300 \text{ kg/m}^3$ and $g = 9.8 \text{ m/s}^2$).

أرشميدس يفترض أنه تم سؤاله أن يجيب عما إذا كان التاج المصنوع للملك من الذهب الخالص أم لا. تقول الأسطورة أنه حل هذه المشكلة بوزن التاج أولاً في الهواء ثم وزنه في الماء. نفرض أن الميزان كانت قراءته 7.84 نيوتن في الهواء و 6.84 نيوتن في الماء. ماذا يجب أن يقول أرشميدس للملك؟ علماً بأن كثافة الماء هي 1000 كجم/م³ وكثافة الذهب 19300 كجم/م³ وعجلة الجاذبية 9.8 م/ث².



Answer



$$F_{g1} = 7.84 \text{ N} , F_{g2} = 6.84 \text{ N} , \rho_{\text{water}} = 1000 \text{ kg/m}^3 , \rho_{\text{gold}} = 19300 \text{ kg/m}^3$$

$$\therefore B = F_{g1} - F_{g2} = 7.84 - 6.84 = 1 \text{ N}$$

$$\therefore B = \rho_{\text{water}} g V_{\text{water}} \quad \therefore V_{\text{water}} = \frac{B}{\rho_{\text{water}} g} = \frac{1}{1000 \times 9.8} = 1.02 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\therefore V_{\text{crown}} = V_{\text{water}} = 1.02 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\rho_{\text{crown}} = \frac{m_{\text{crown}}}{V_{\text{crown}}} = \frac{m_{\text{crown}} g}{V_{\text{crown}} g} = \frac{F_{g1}}{V_{\text{crown}} g} = \frac{7.84}{1.02 \times 10^{-4} \times 9.8} = 7843 \text{ kg/m}^3$$

$$\therefore \rho_{\text{gold}} = 19300 \text{ kg/m}^3$$

So, the crown is not made of gold.

إذاً التاج غير مصنوع من الذهب

Example 14.6

page ٤٢٧ in the book



An iceberg floating in seawater, as shown in the figure, is extremely dangerous because most of the ice is below the surface. This hidden ice can damage a ship that is still a considerable distance from the visible ice. What fraction of the iceberg lies below the water level? ($\rho_{\text{seawater}} = 1030 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{ice}} = 917 \text{ kg/m}^3$)

جبل من الجليد طاف في مياه البحر كما بالشكل وهو في غاية الخطورة لأن معظم الجليد موجود أسفل سطح الماء. هذا الجليد المختفي يمكن أن يضر سفينة موجودة على مسافة بعيدة من الجليد المرئي. ما هو الجزء الموجود من الجليد تحت منسوب الماء؟

Answer

$$\frac{V_{\text{in}}}{V_{\text{obj}}} = \frac{\rho_{\text{ice}}}{\rho_{\text{Sea water}}}$$

$$\frac{V_{\text{in}}}{V_{\text{obj}}} = \frac{\rho_{\text{ice}}}{\rho_{\text{Sea water}}} = \frac{917}{1030} = 89\%$$



الواجب رقم ٨ & ٢٦