مقرر الفيزياء العامة (1)

د. طلال الثقفي

Vectors

Content المحتوى

Lesson	الدرس
Coordinate Systems	نظام الاحداثيات
Vector and Scalar Quantities	الكميات المتجهة والقياسية
Adding vectors	جمع المتجهات
Negative of a Vector	الإشارة السالبة للمتجهة
Components of a Vector and Unit Vectors	مركبات المتجهة ووحدة المتجهات

المرجع: كتاب الفيزياء للعلميين والمهندسين الجزء الثالث

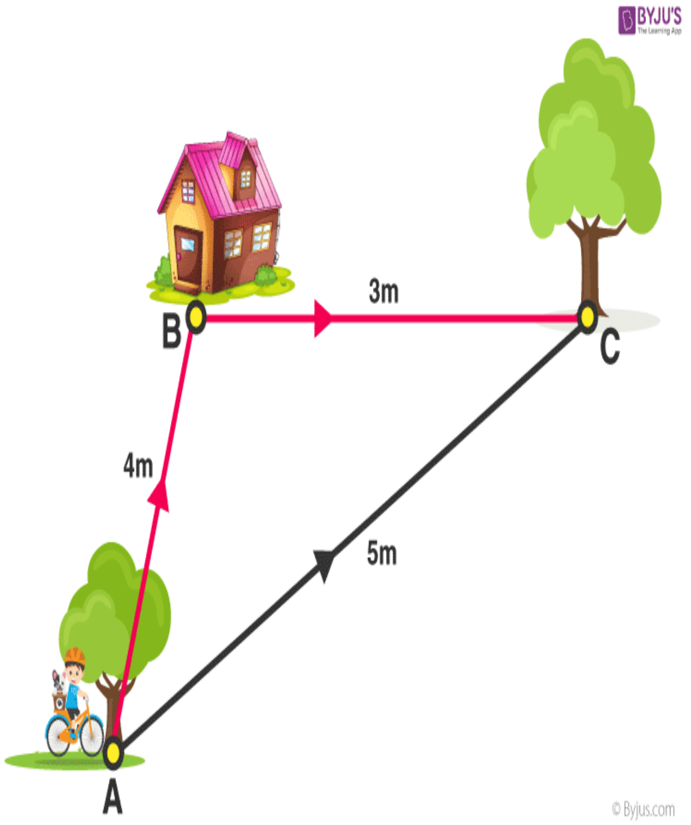
الكميات المتجهة والكميات القياسية
Vector and Scalar Quantities

الكميات القياسية (Scalar quantities) هي الكميات التي تقاس بالمقدار فقط (قيمة عددية) ولها وحدة مناسبة.

الكميات المتجهة (Vector quantities) هي الكميات التي تقاس بالمقدار والاتجاه معا ولها وحدة مناسبة.

يرمز للكمية المتجهة برمز (عادة يكون أول حرف من اسمها باللغة اللاتينية أو الانجليزية) ويوضع فوقه سهم للدلالة على أنها كمية متجهة .

الكميات المتجهة والكميات القياسية
Vector and Scalar Quantities



امثلة على الكميات القياسية والكميات المتجهة:

لنأخذ أولا بعض من الكميات الأساسية السبع والتي تعلمناها في المحاضرة الأولى ونحاول ان نفهم كيف يمكن تصنيفها كميات قياسية او كميات متجهة

المسافة: تعرف المسافة على انها مقياس البعد بين نقطتين بغض النظر عن المسار بين تلك النقطتين. لننظر الى الشكل المقابل. الشكل المقابل يوضح حركة الشخص من النقطة A الى النقطة C ويتبع مسار غير مستقيم لذا نقول عن هذا السلوك مسافة. وبما ان الاتجاه هنا غير مهم لذا نطلق على كمية المسافة بانها كمية قياسية تعتمد فقط على المقدار بين النقطتين وتقاس بوحدة المتر m

هناك مصطلح أخر يعرف بالإزاحة هو يمثل اقصر مسافة بين النقطتين وفي الشكل المقابل تكون الازاحة متمثلة في الخط الواصل بين النقطة A والنقطة C مباشرة من نقطة البداية الى نقطة النهاية ولابد ان نحدد هنا اتجاه حركة الشخص والذي سيكون باتجاه الشمال الشرقي للوصول الى الشجرة. لذا فالإزاحة تحدد بالمقدار والاتجاه لذا نقول عنها انها كمية متجهة وتقاس بوحدة المتر m

سؤال من الشكل المقابل احسب قيمة المسافة واحسب قيمة الازاحة؟

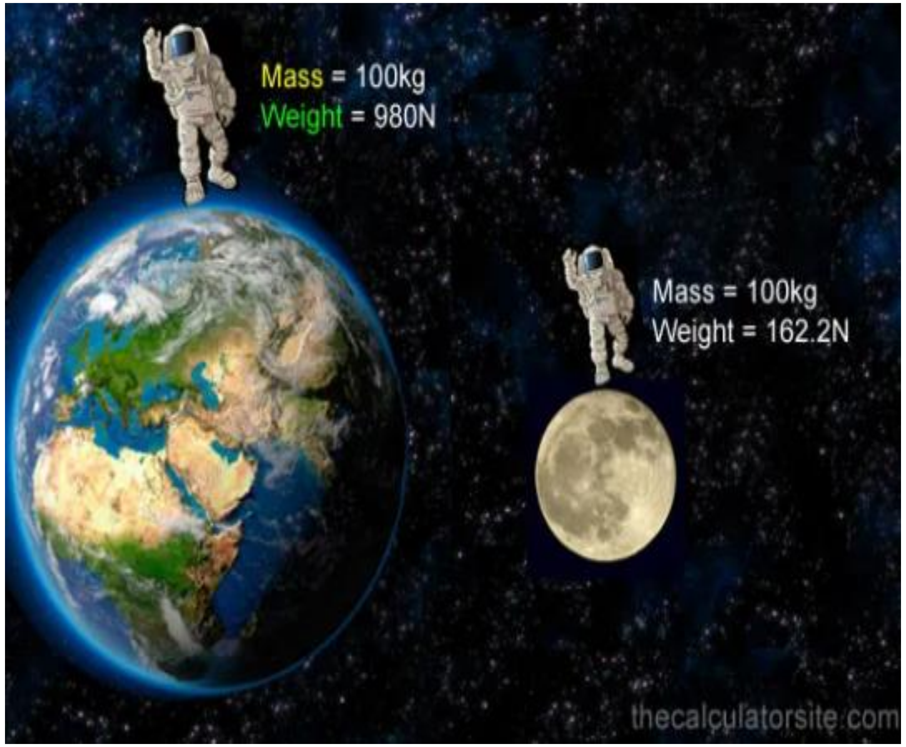
الكميات المتجهة والكميات القياسية
Vector and Scalar Quantities

امثلة على الكميات القياسية والكميات المتجهة:

مثال اخرمن الكميات الأساسية وهي الكتلة. يستخدم مصطلح "الكتلة" للإشارة إلى كمية المادة في أي كائن. على سبيل المثال ، قد يكون الشخص أو الجسم عديم الوزن على القمر بسبب نقص الجاذبية ، ولكن كتلة الشخص تبقى ثابتة سواء كان على الأرض او على القمر. بمعنى ان المكان او الاتجاه غير مهم لحساب الكتلة لذا نستطيع ان نقول ان الكتلة كمية قياسية لها مقدار فقط وتقاس بوحدة كجم kg

هناك مصطلح اخر يتداخل مع مصطلح الكتلة الا وهو الوزن فالوزن يختلف عن الكتلة. الوزن هو مقياس قوة الجاذبية على الجسم. لن تتغير كتلة الكائن أبدًا ، لكن يمكن أن يتغير وزن الجسم بناءً على موقعه. على سبيل المثال ، قد تزن 100 كجم على الأرض ، لكن في الفضاء الخارجي ستكون عديم الوزن. وحيث ان الوزن يعتمد على الموقع او الاتجاه فأننا نقول ان الوزن كمية متجهة. ويقاس بوحدة نيوتن. حسب القانون $W = m.g$

مثال احسب وزن شخص كتلته 50 كجم على الأرض وقارنها بوزنه على المريخ؟ الجاذبية على الأرض $= 9.8\ m/s^2$ اما للمريخ $= 3.7\ m/s^2$

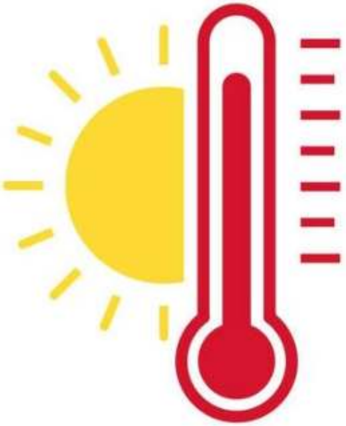


في الشكل الأعلى وزن شخص كتلته 100 كجم على الأرض هي 980 نيوتن بينما وزنه على القمر (كتلته ثابتة 100 كجم) تساوي 162 نيوتن وذلك بسبب تغير قيمة الجاذبية بين القمر والأرض.

الكميات المتجهة والكميات القياسية
Vector and Scalar Quantities

امثلة على الكميات القياسية والكميات المتجهة:

مثال اخرمن الكميات الأساسية وهو الزمن. الزمن هو التسلسل المستمر للأحداث التي تحدث. الماضي والحاضر والمستقبل. الوحدة الأساسية للزمن هي الثانية. هناك أيضًا دقائق وساعات وأيام وأسابيع وشهور وسنوات. الوقت لا يتغير بتغير الاتجاه او المكان لذا يعتبر الزمن كمية قياسية تحدد فقط بالقدار.



مثال اخرمن الكميات الأساسية وهو درجة الحرارة. درجة الحرارة هي كمية مادية تعبر عن السخونة والبرودة. فلو اردنا معرفة درجة الحرارة في الخارج فيلزمنا فقط معرفة قيمة تلك الدرجة ووحدتها لذا درجة الحرارة تعتبر كمية قياسية وتقاس بوحدة الكلفن كوحدة دولية.

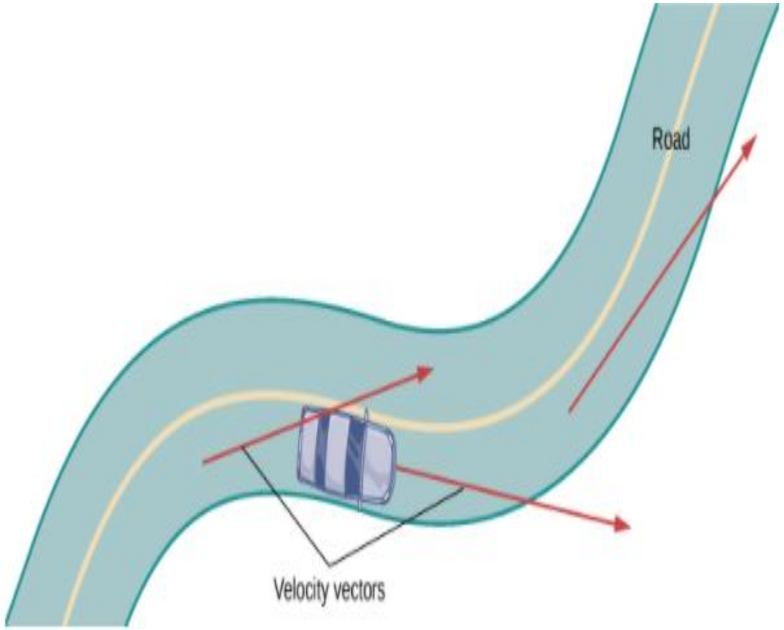
الكميات المتجهة والكميات القياسية
Vector and Scalar Quantities

امثلة على الكميات القياسية والكميات المتجهة:

بعض من الكميات المشتقة.

السرعة: هي المسافة المقطوعة على الزمن. عندما نأخذ المسافة ككمية قياسية ونقسمها على الزمن فهذه الحالة يطلق على السرعة بالسرعة المتوسطة وتكون كمية قياسية اما عندما نأخذ الازاحة ونقسمها على الزمن فيطلق عليها بالسرعة المتجهة. بشكل عام السرعة عبارة عن كمية متجهة فالمقدار والاتجاه ضرورية لتحديد السرعة فمثلا لقياس الرياح يحتاج العلماء قياس شدة الرياح وسرعتها واتجاهها. تقاس السرعة بوحدة المتر/الثانية : m/s

مثال اخرمن الكميات المشتقة التسارع فهو عبارة عن حاصل قسمة السرعة المتجهة على الزمن. لذا فالمقدار والاتجاه ضرورية لحساب التسارع. يقاس التسارع بوحدة المتر/الثانية تربيع : m/s^2



تخيل أنك تقود على طريق متعرج. إذا لم تقم بإدارة عجلة القيادة ، فستستمر في خط مستقيم وتخرج عن الطريق. فالسرعة التي تسافر بها على الطريق ،إلى جانب الاتجاه، تعطي كمية متجهًة والتي تمثل سرعتك

Vector and Scalar Quantities

حدد أي الكميات التالية كمية قياسية وايها كمية متجهة

1- درجة الحرارة بالخارج

2- كمية الماء في الكوب

3- عمر الكون

4- مساحة ملعب كرة القدم

5- ارتفاع المبنى

6- سرعة سيارة السباق

7- وزن كتاب الفيزياء

8- ابعاد غرفة الصف

9- كتلة جسمك

10- تسارع القطار

11- القوة الضاغطة على الطاولة

12- قوة الجاذبية

13- الطاقة الحركية

14- التيار الكهربائي في السلك

Some Properties of Vectors
بعض خصائص المتجهات

في هذا الجزء سوف نتعلم بعض خصائص المتجهات ومنها

1- المساواة بين متجهين

2- الإشارة السالبة للمتجهة

3- جمع المتجهات وسوف نتعلم ثلاث طرق لجمع المتجهات وهي

أ- طرق الرسم

ب- طريقة الحساب

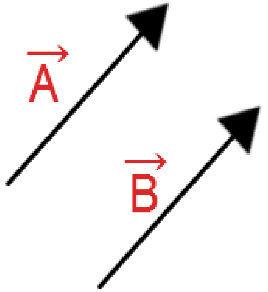
ج- طريقة المركبات

1- Equality of Two Vectors

المساواة بين متجهين

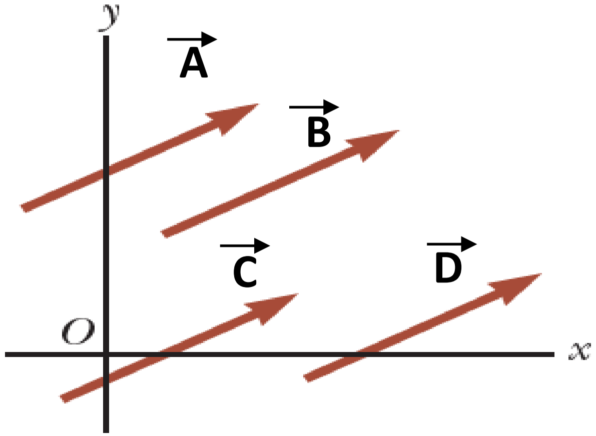
المساواة بين متجهين

يمكن القول على ان المتجهين متساويين عندا يكون لهما نفس المقدار (القيمة العددية) وفي نفس الاتجاه عبر خطان متوازنان



$\vec{A} = \vec{B}$

اذا كان هناك اكثر من متجهين وجمعها لها نفس المقدار وفي نفس الاتجاه عبر خطوط متوازية نقول هنا ان جميع هذه المتجهات متوازية حتى لو كانت نقاط البداية مختلفة

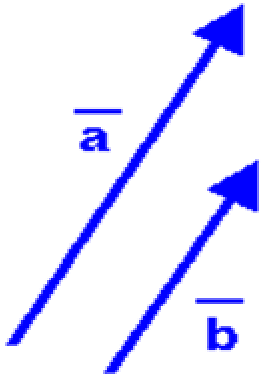


$\vec{A} = \vec{B} = \vec{C} = \vec{D}$

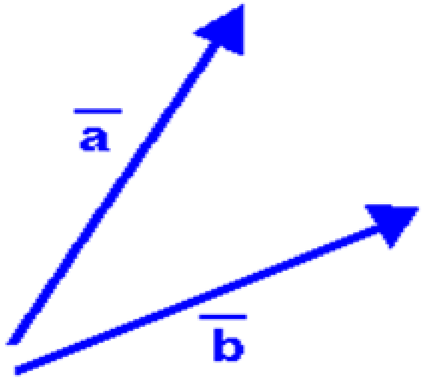
1- Equality of Two Vectors

المساواة بين متجهين

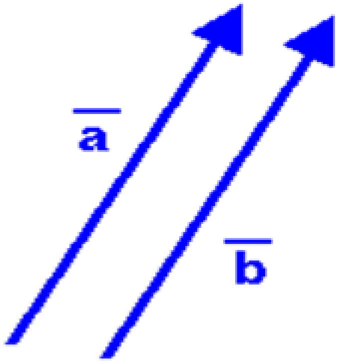
أي الاشكال التالية يتحقق فيها شرط المساواة للمتجهين مع ذكر السبب؟



(1)



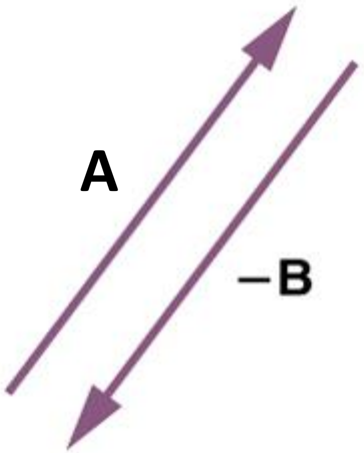
(2)



(3)

2- Negative vector

الإشارة السالبة للمتجهة



الإشارة السالبة للمتجهة

الإشارة السالبة للمتجهة هو عبارة عن متجهة له نفس المقدار (القيمة) ولكن في الاتجاه المعاكس.

$$\vec{A} = -\vec{B}$$

في الشكل الثاني نجد أن الجسم لا يتحرك رغم أن القوى المؤثرة عليه : 10N ولكن من خلال الشكل القوتان في اتجاهين متعاكسين وبالتالي يمكن أن نقول أن احدها = +10N الأخرى -10N

ومن هنا نستفيد من نقطة مهمة جداً و هي أنه [إذا انعكس اتجاه الكمية المتجهة فإن إشارتها سوف تنعكس]

3- Adding vectors

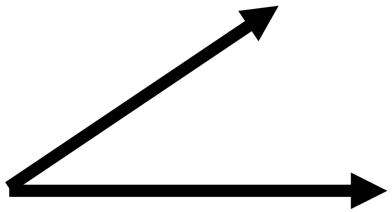
جمع المتجهات

لإيجاد محصلة الكميات المتجهات لا يمكن استخدم القوانين الجبرية البسيطة كالجمع والطرح والضرب والتي تستخدم مع الكميات القياسية. وذلك أن للكميات المتجهة قوانينها المناسبة الخاصة بها.

إيجاد محصلة مجموعة من المتجهات:

1-إذا كانت جميعها تعمل على خط واحد فإنها تجمع جبرياً بإشاراتها وذلك بعد اختيار اتجاهاً معيناً يكون موجباً . وإذا تساوى مقدار متجهين وتضادا اتجاهاً كان محصلتهما تساوي صفر.

2-إذا لم يكن خط تأثير المتجهات واحداً فإننا نوجد محصلتها بعدت طرق، منها:-
المركبات المتعامدة والرسم البياني والحساب.



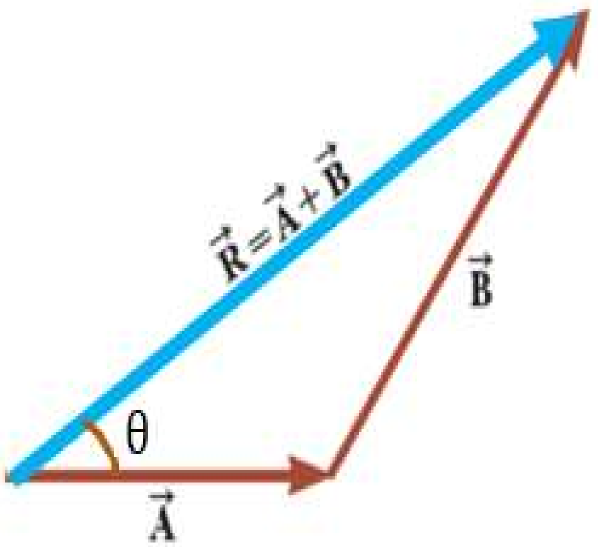
Vector Addition : a) Head-to-Tail Method

جمع المتجهات أ) طريقة الرسم هندسيا (طريقة الرأس للذيل)

طريقة الرسم او ما تسمى بطريقة الرأس للذيل هي طريقة تستخدم لحساب قيمة واتجاه المحصلة

$$\boldsymbol{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

عندما نريد ان نضيف المتجهة B الى المتجهة A كما بالشكل المقابل نتبع الخطوات التالية



1- نستخدم ورقة رسم بياني

2- نستخدم مسطرة

3- نستخدم منقلة

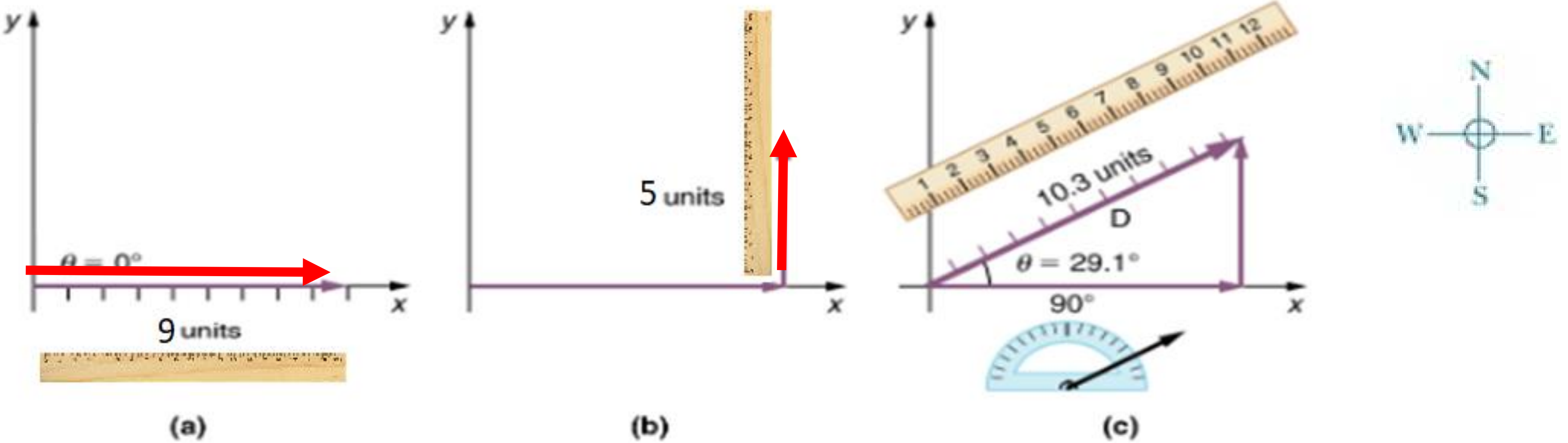
4- اختيار وحدة رسم مناسبة

أولا نقوم برسم المتجهة A باستخدام المسطرة على ورقة الرسم البياني ونحدد قيمته من خلال التقسيمات على المسطرة ثم من راس المتجهة A نستخدم المنقلة لتحديد اتجاه المتجهة B (مثلا بزاوية 30 درجة شمال شرقي) ثم نقوم برسم المتجهة B باستخدام المسطرة مع تحديد طوله او قيمته. أخيرا نقوم برسم خط من ذيل المتجهة A الى رأس المتجهة B ونقيس طوله باستخدام المسطرة وتكون قيمته هي محصلة جمع المتجهين A و B ونرمز لها بالرمز R ولمعرفة زاوية هذه المحصلة نستخدم المنقلة ونحسب قيمة الزاوية المحصورة بين المتجهة A والمحصلة R

Vector Addition : a) Head-to-Tail Method

جمع المتجهات أ) طريقة الرأس للذيل (طريقة الرسم)

مثال: شخص يسير 9 وحدات باتجاه الشرق ثم 5 وحدات باتجاه الشمالي براوية 90 احسب قيمة المحصلة لرحلة هذا الشخص



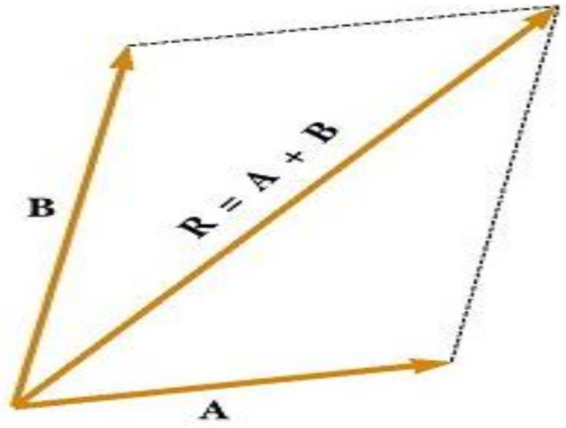
المحصلة $\vec{R}$ =10.3 units,   اتجاه هذه المحصلة (θ) is 29 شمال شرقي.

Vector Addition : a) Head-to-Tail Method

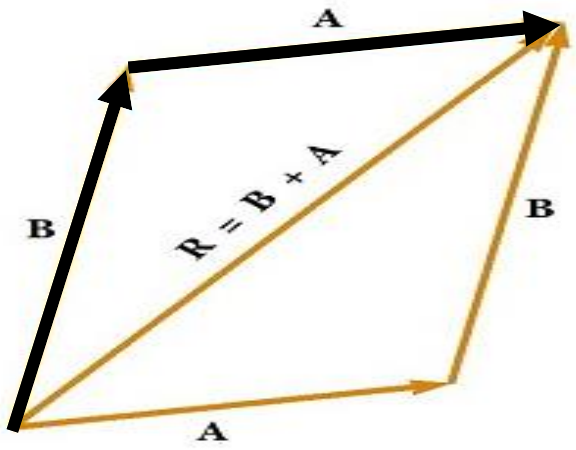
جمع المتجهات أ) طريقة الرأس للذيل (طريقة الرسم)

قانون التبادل الاضافي

عند جمع متجهين فان الترتيب غير مهم بمعنى ان جمع أي متجهين لا يعتمد على الترتيب سواء بدأت بالمتجهة الأول ثم اضفت عليه المتجهة الثاني او العكس



(a)



(b)

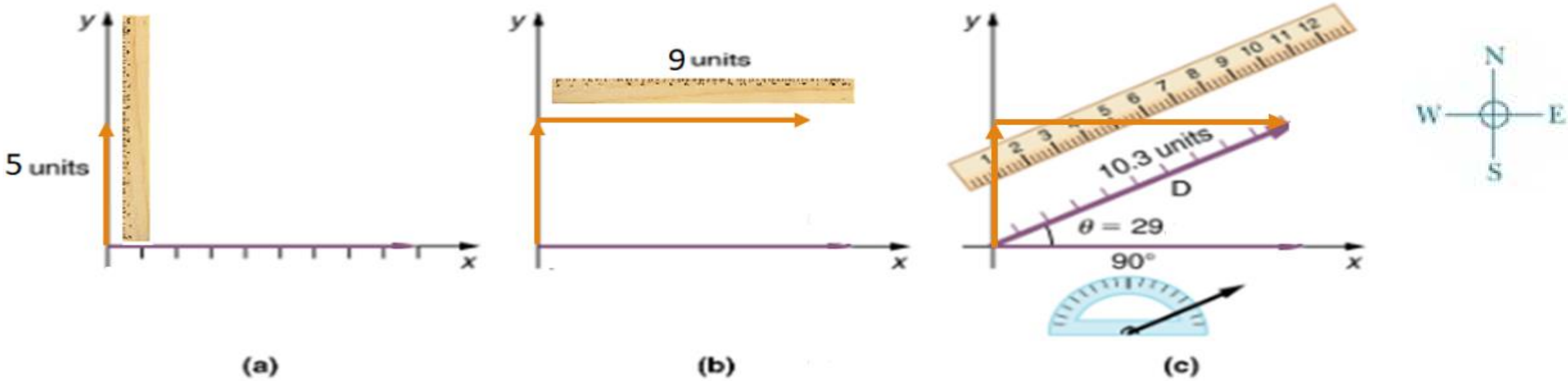
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

☺ عد الى المثال السابق واستخدم خاصية التبادل الإضافي؟

Vector Addition : a) Head-to-Tail Method

جمع المتجهات أ) طريقة الرأس للذيل (طريقة الرسم)

حل المثال السابق باستخدام قاعدة التبادل الاضافي



المحصلة $\vec{R}$ =10.3 units, اتجاه هذه المحصلة (θ) is 29 شمال شرقي.

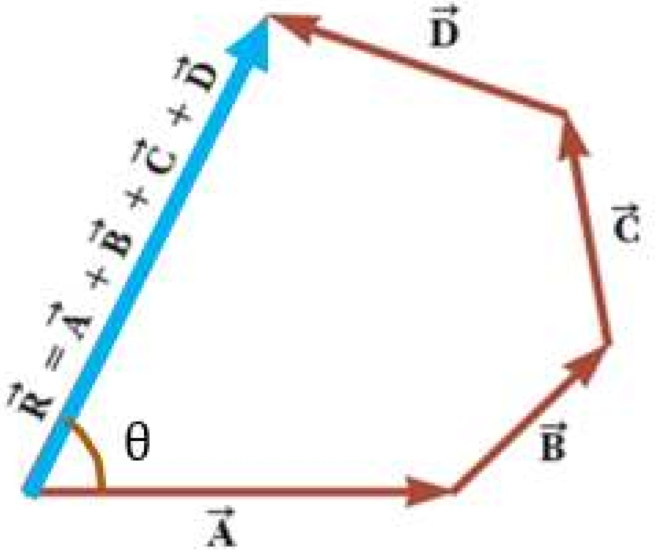
Vector Addition : a) Head-to-Tail Method

جمع المتجهات أ) طريقة الرأس للذيل (طريقة الرسم)

طريقة الرسم (الرأس للذيل) يمكن استخدامها لأكثر من متجهين. في الشكل المقابل تم رسم المتجهات باستخدام الرأس للذيل وستكون مجموع هذه المتجهات (محصلة هذه المتجهات R) هو المتجه الذي سيكمل المضلع

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

اتجاه المحصلة هي الزاوية المحصورة بين المتجهة الأول A وبين متجهة المحصلة R ويرمز له بالرمز ϴ

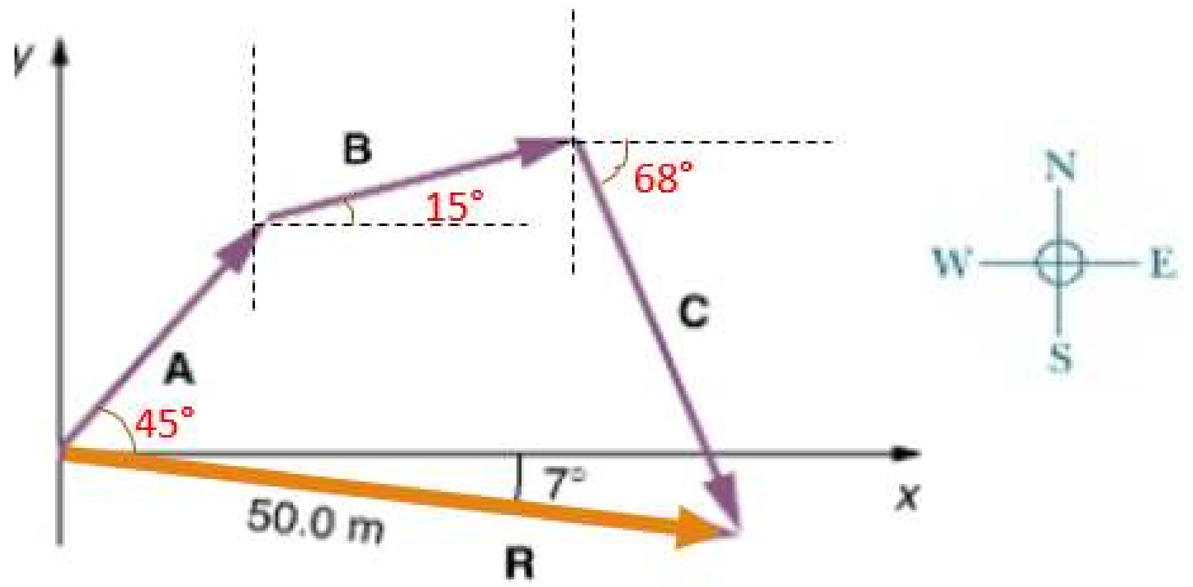


<u>Vector Addition</u> : a) Head-to-Tail Method

جمع المتجهات أ) طريقة الرأس للذيل (طريقة الرسم)

مثال: شخص يسير 25m بزاوية 45° باتجاه الشمال الشرقي ثم تحرك 23m بزاوية 15° باتجاه الشمال الشرقي وأخيرا تحرك مسافة 33m بزاوية 68° باتجاه الجنوب الشرقي. احسب محصلة واتجاه هذا الشخص؟

$\vec{A} = 25\ m, \theta\ 45°\ (N - E)$
$\vec{B} = 23\ m, \theta = 15°\ (N - E)$
$\vec{C} = 32\ m, \theta = 68°\ (S - E)$



باستخدام المسطرة نرسم من ذيل المتجهة الأول A الى راس المتجهة الأخير C لنحصل على قيمة المحصلة R

$$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{50\ m}$$

باستخدام المنقلة نقوم بحساب اتجاه المحصلة R

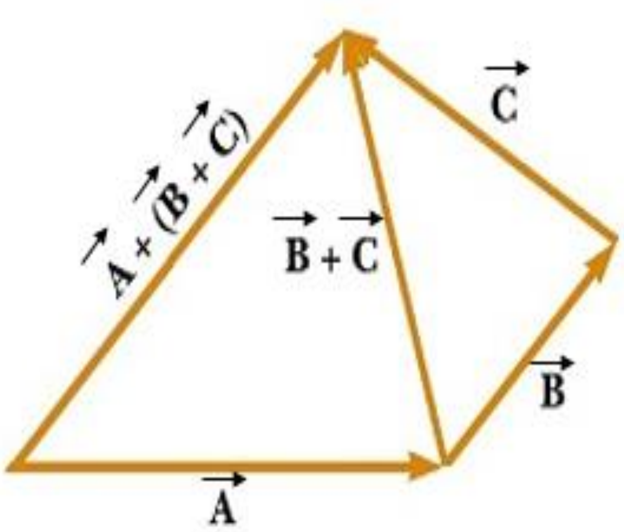
$\theta = 7$ جنوب شرقي.

<u>Vector Addition</u> : a) Head-to-Tail Method

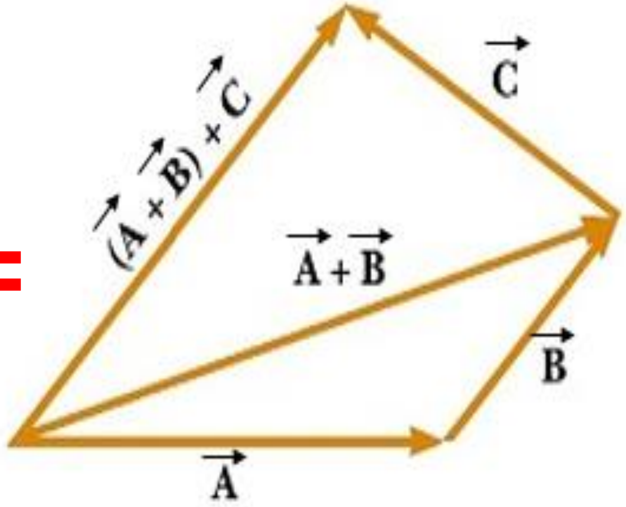
جمع المتجهات أ) طريقة الرأس للذيل (طريقة الرسم)

قانون الجمع الترابطي

عندما نقوم بجمع ثلاثة او اكثر من المتجهات فان محصلة الجمع لا تعتمد على الترتيب كما بالشكل الموضح.



=



$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}\,) = (\vec{A} + \vec{B}\,) + \vec{C}$$

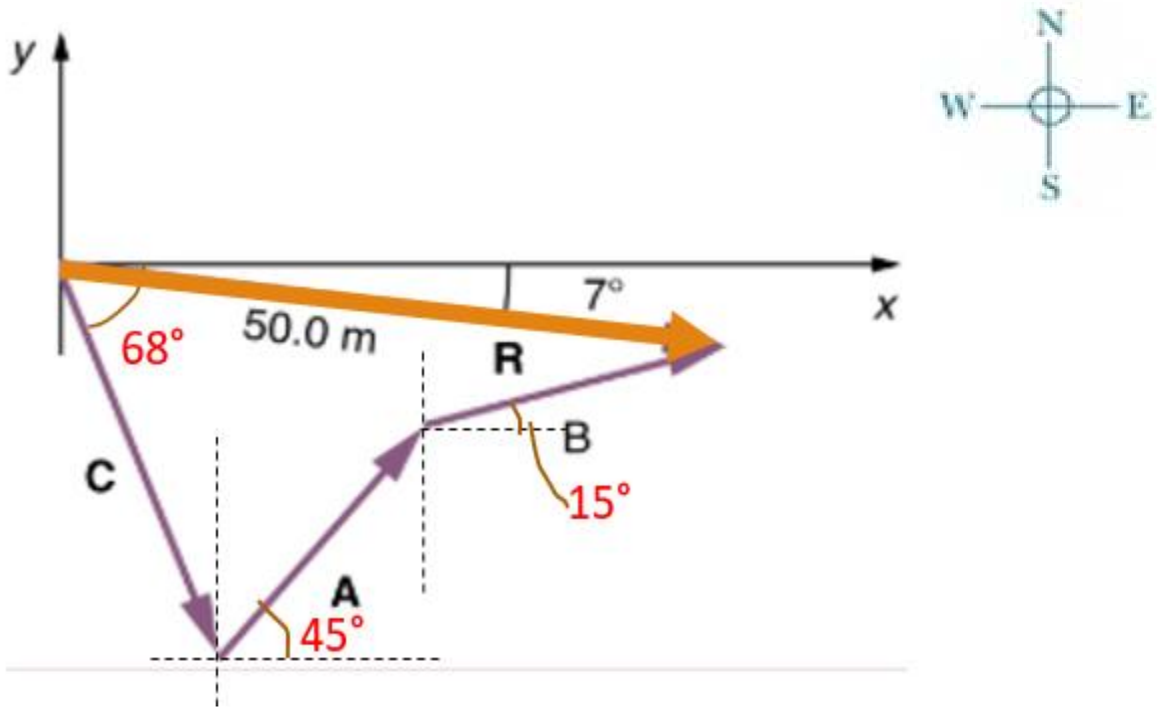
الان عود الى المثال السابق واستخدم قاعدة الجمع الترابطي

Vector Addition : a) Head-to-Tail Method

جمع المتجهات (أ) طريقة الرأس للذيل (طريقة الرسم)

حل مثال 2 باستخدام قاعدة الجمع الترابطي

$$\vec{A} = 25\ m, \theta\ 45° \ (N - E)$$
$$\vec{B} = 23\ m, \theta = 15° \ (N - E)$$
$$\vec{C} = 32\ m, \theta = 68° \ (S - E)$$



قيمة المحصلة

$$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{C} + \vec{A} + \vec{\boldsymbol{B}} = \mathbf{50\ m}$$

اتجاه المحصلة

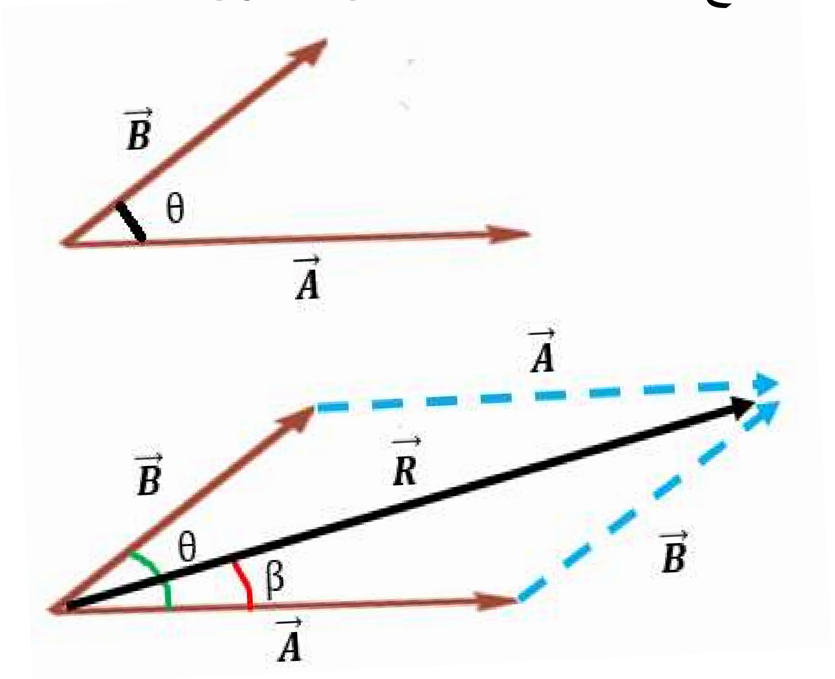
θ = 7 الجنوب الشرقي.

Vector Addition : b) Calculation Method (cosine method)

جمع المتجهات (ب) بطريقة الحساب

عندما نريد ان نوجد محصلة جمع متجهين كما بالشكل الموضح أولا نقوم برسم المتجهة الموازي للمتجهة B (اللون الأزرق المتقطع) ثم نقوم برسم المحصلة من ذيل المتجهة A الى رأس المتجهة B او باستخدام قاعدة الجمع التبادلي نقوم برسم المتجهة الموازي للمتجهة A (اللون الأزرق المتقطع) ثم نقوم برسم المحصلة من ذيل المتجهة B الى رأس المتجهة A : نستطيع حساب المحصلة من القانون:

$$\vec{R} = \sqrt{A^2 + B^2 \pm 2AB\cos\theta}$$



حساب زاوية المحصلة من القانون

$$\beta = \sin^{-1}\left(B \times \frac{\sin\theta}{R}\right)$$

θ هي الزاوية المحصورة بين المتجهين A و B

β هي زاوية المحصلة

Vector Addition : b) Calculation Method (cosine method)

جمع المتجهات (ب) بطريقة الحساب

مثال اوجد المحصلة للمتجهين الموضحة بالشكل؟

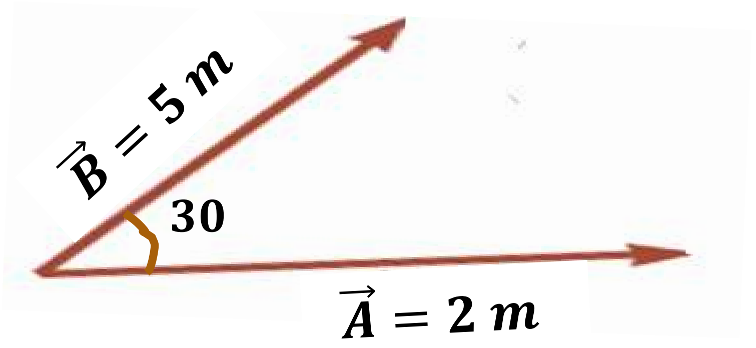
$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

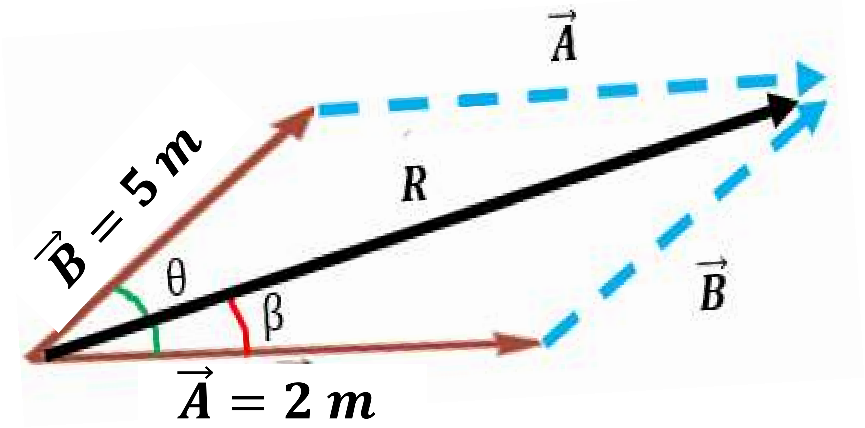
$$R = \sqrt{2^2 + 5^2 + 2 \times 2 \times 5 \times \cos 30^\circ} = 6.8 \text{ km}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(B \times \frac{\sin\theta}{R}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(5 \times \frac{\sin 30^\circ}{6.8}\right)$$

$$= \sin^{-1}(0.367) = 21.5^\circ$$





Vector Addition : b) Calculation Method (cosine method)

جمع المتجهات (ب) بطريقة الحساب

مثال: سيارة تحركت مسافة 20km باتجاه الشمال ثم تحركت مسافة 35km بزاوية 60 درجة باتجاه الشمال الغربي. اوجد محصلة إزاحة السيارة واتجاهها؟

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

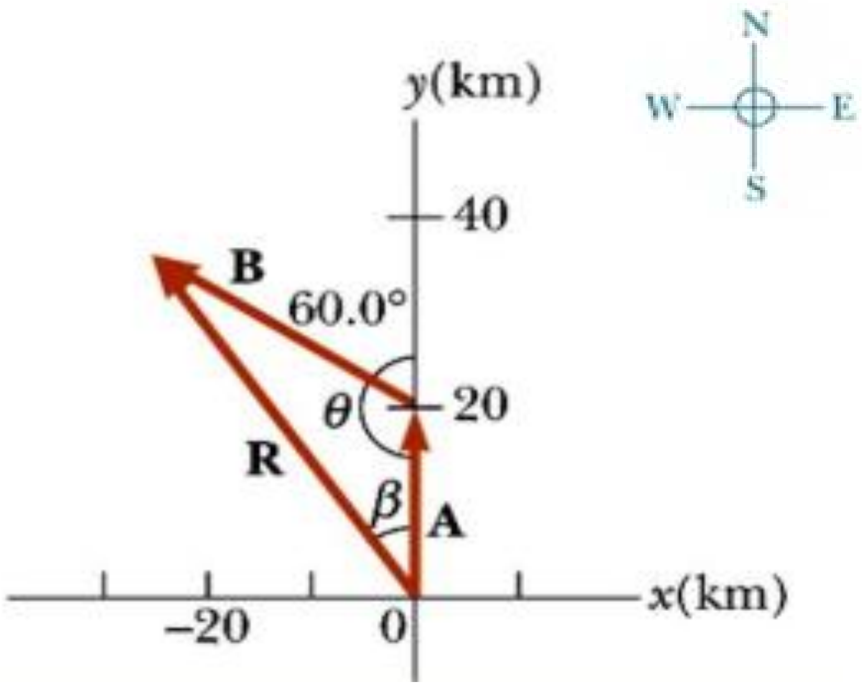
$$\theta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$R = \sqrt{20^2 + 35^2 - 2 \times 20 \times 35 \times \cos 120^\circ} = 48.2 \text{ km}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(B \times \frac{\sin\theta}{R}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(35 \times \frac{\sin 120^\circ}{48.2}\right)$$

$$= \sin^{-1}(0.629) = 39^\circ$$



تمارين

1- متجهان قيمة الأول $A = 12\ unit$ وقيمة الاخر $B = 5\ unit$ اوجد اكبر واصغر قيمة لجمع هذين المتجهين؟

2- ماهي القيم الممكنة معرفتها عند جمع متجهين الأول $A = 12\ unit$ و $B = 5\ unit$ ؟

3- متجهان لهما نفس القيمة متى يكون حاصل جمعهما يساوي صفر؟

<u>ملخص</u>

1- الكمية القياسية هي الكمية التي لها مقدار فقط (قيمة) ووحدة قياس مناسبة

2- الكمية المتجهة هي الكمية التي تحدد بالمقدار والاتجاه ووحده مناسبة

3- اذا كان المتجهان لهما نفس القيمة وفي نقس الاتجاه عبر خط متوازي فانهما متساويان

4- اذا كان المتجهان لهما نفس القيمة وفي اتجاهين متعاكسين الاتجاه عبر خط متوازي
$A=-B$

4- جمع المتجهات لها عدة طرق منها طريقة الرسم والحساب والمركبات

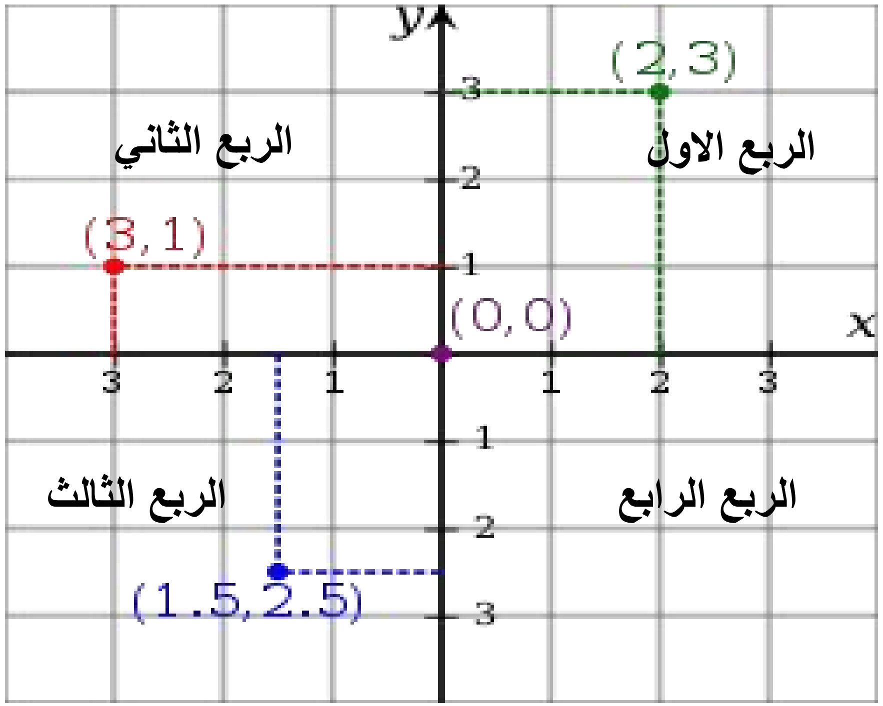
5- عند جمع متجهين او اكثر فان جميع المتجهات يجب ان يكون من نفس النوع (نفس نوع الكمية) ولهم نفس وحدة القياس.

Coordinate System
نظام الاحداثيات

<u>النظام الكارتيزي</u> هو نظام يستخدم لتحديد قيمة x و y عن طريق الاسقاط لنقطة تقع في المستوى xy

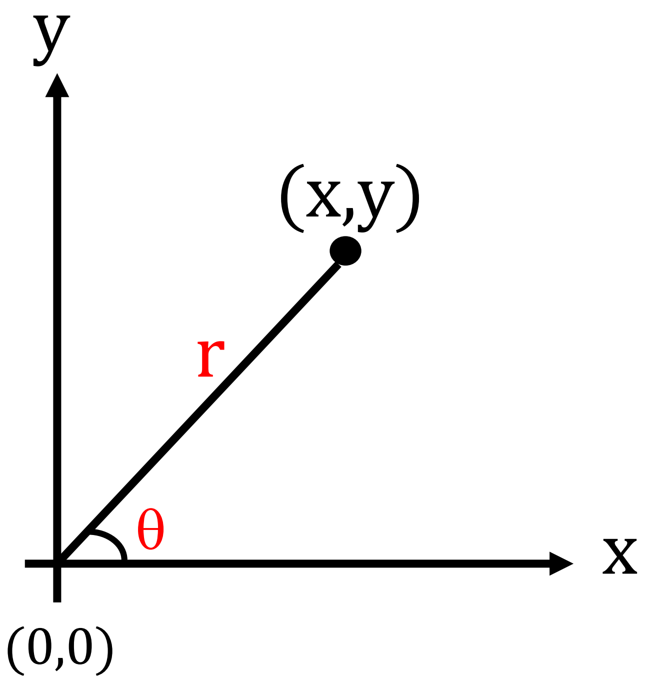
في الرياضيات، يستعمل نظام الإحداثيات الكارتيزي لتحديد نقطة في مستوي عبر عددين، يطلق عليهما عادة الإحداثية السينية أو الأفقية x (horizontal axes) والإحداثية الصادية أو العمودية y (vertical axes) والنقطة التي تلتقي بها هي نقطة الأصل origin point (0، 0).

لتعريف الإحداثيات، نقوم بإسقاط خطين عموديين على محور x وعلى محور y، كما يجب كذلك تعريف وحدة الطول أو التدرج، والتي نبيّنها على المحورين (انظر الصورة).



Coordinate System
نظام الاحداثيات

النظام القطبي:



نظام الإحداثيات القطبية هو نظام إحداثيات ثنائي الأبعاد تحدد فيه كل نقطة في الفضاء بمسافة r من نقطة الأصل origin point (0,0) وزاوية θ ثيتا بين الخط المرسوم من نقطة الأصل والمحور السيني او الافقي x .

Coordinate System
نظام الاحداثيات

النظام القطبي:

باستخدام حساب المثلثات نحصل على القوانين التالية:

$$\cos(\theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{x}{r}$$

$$x = r\cos\theta$$

$$\sin(\theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{y}{r}$$

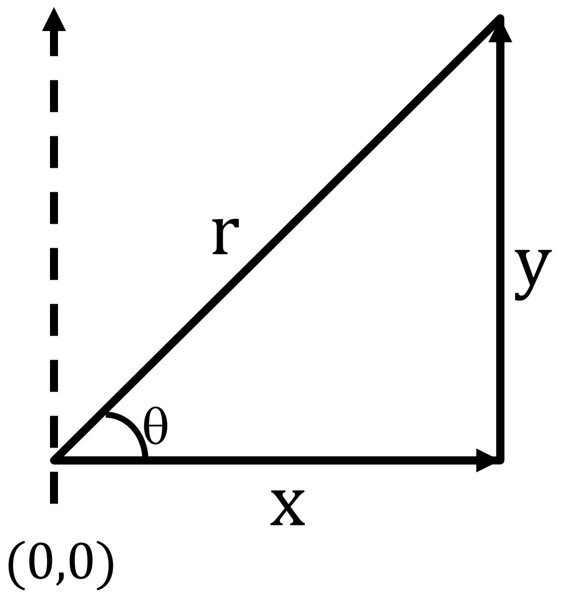
$$y = r\sin\theta$$

من قانون فيثاغورس للمثلثات تكون قيمة المحصلة r

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

اتجاه المحصلة تحدد من خلال الزاوية ثيتا من القانون:

$$\theta = \tan^{-1}(y/x)$$



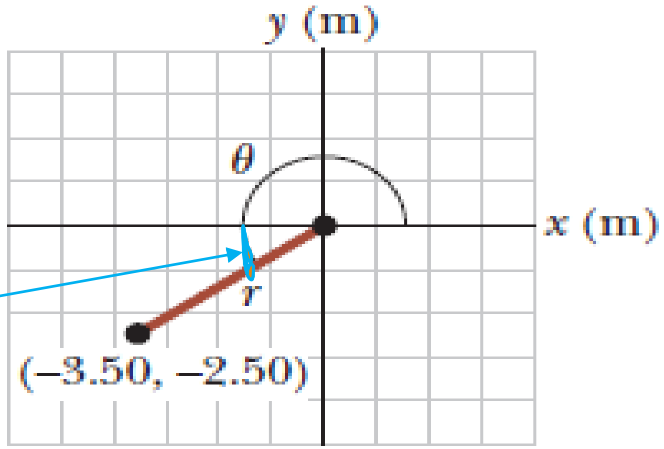
Coordinate System
نظام الاحداثيات

مثال: الاحداثي الكارتيزي لنقطة تقع في المستوى xy هي (x,y) = (-3.5, -2.5) كما بالشكل الموضح اوجد الاحداثي القطبي r, ϴ

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50\text{ m})^2 + (-2.50\text{ m})^2} = 4.30\text{ m}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50\text{ m}}{-3.50\text{ m}} = 0.714$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.714) = 35.5^{\circ}$$

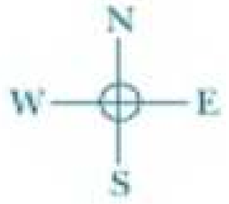


الزاوية هنا تقع في الربع الرابع وفي نظام العام نقوم بإضافة 180 ابتداءا من محور x+ فتصبح الزاوية للحداثي القطبي هي 215.5

Vector Addition : c) Components Method

جمع المتجهات (ج) طريقة المركبات

عندما نريد استخدام طريقة المركبات لحساب محصلة لمتجهين او اكثر نستخدم ما يعرف بتحليل المتجهة الى مركباته السينية و الصادية



المتجهة هنا شمالى غربي

نحلل المتجهة الى مركبتين احدهما شمالية (على محور الصادات) والاخرى غربية (على محور السينات)

المتجهة هنا شمالى شرقي

نحلل المتجهة الى مركبتين احدهما شمالية (على محور الصادات) والاخرى شرقية (على محور السينات)

Vector Addition : c) Components Method

جمع المتجهات (ج) طريقة المركبات

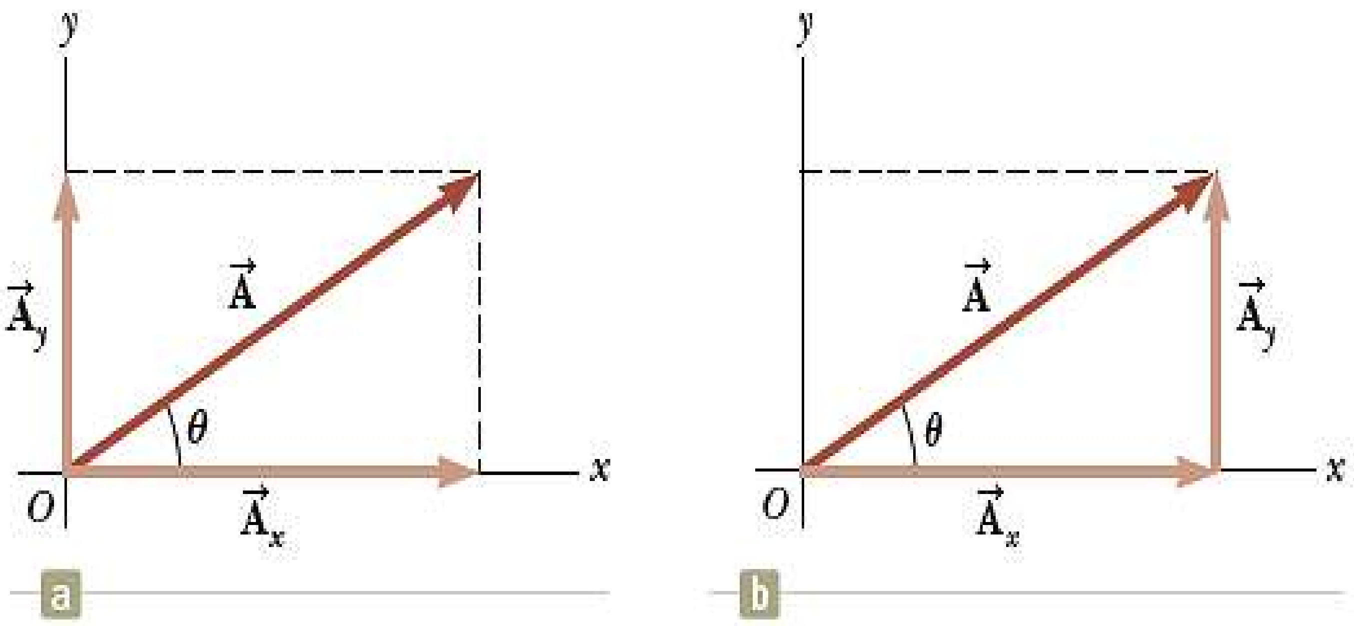
في الشكل التالي قمنا بتحليل المتجه A الى مركباته السينية Ax والصادية Ay وكما تعلمنا من النظام القطبي
نستطيع كتابة قانون المركبتين كالتالي ويمكن حساب المحصلة من خلال الجذر التربيعي لمجموع مربع المركبتين

$$A_x = A\cos\theta$$

$$A_y = A\sin\theta$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$



Vector Addition : c) Components Method

جمع المتجهات (ج) طريقة المركبات

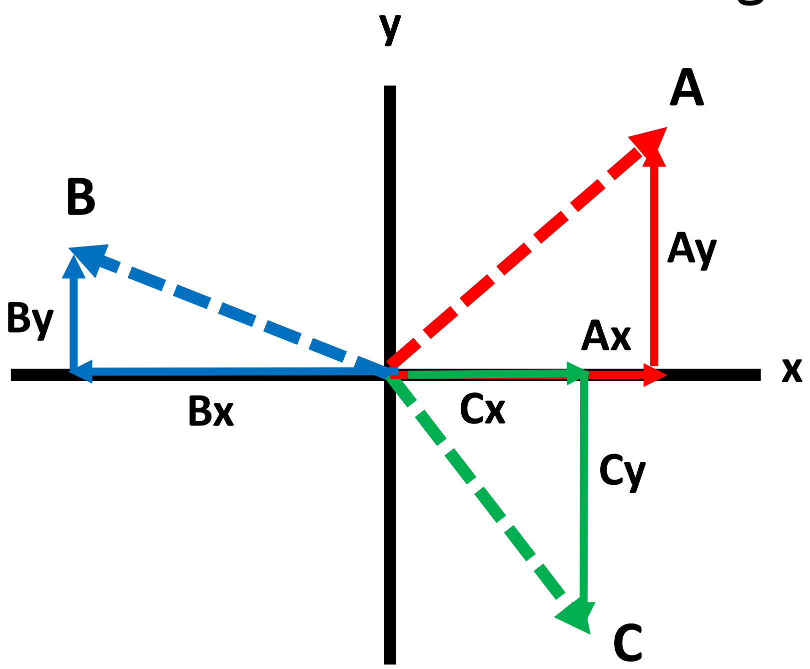
اذا كان لدينا اكثر من متجهة كما بالشكل فأننا نقوم بالتالي

1- تحليل كل متجهة لمركباته السينية و الصادية على حدة

2- جمع المركبات السينية مع بعضها البعض و الصادية مع بعضها البعض

3- إيجاد المحصلة R من القانون

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

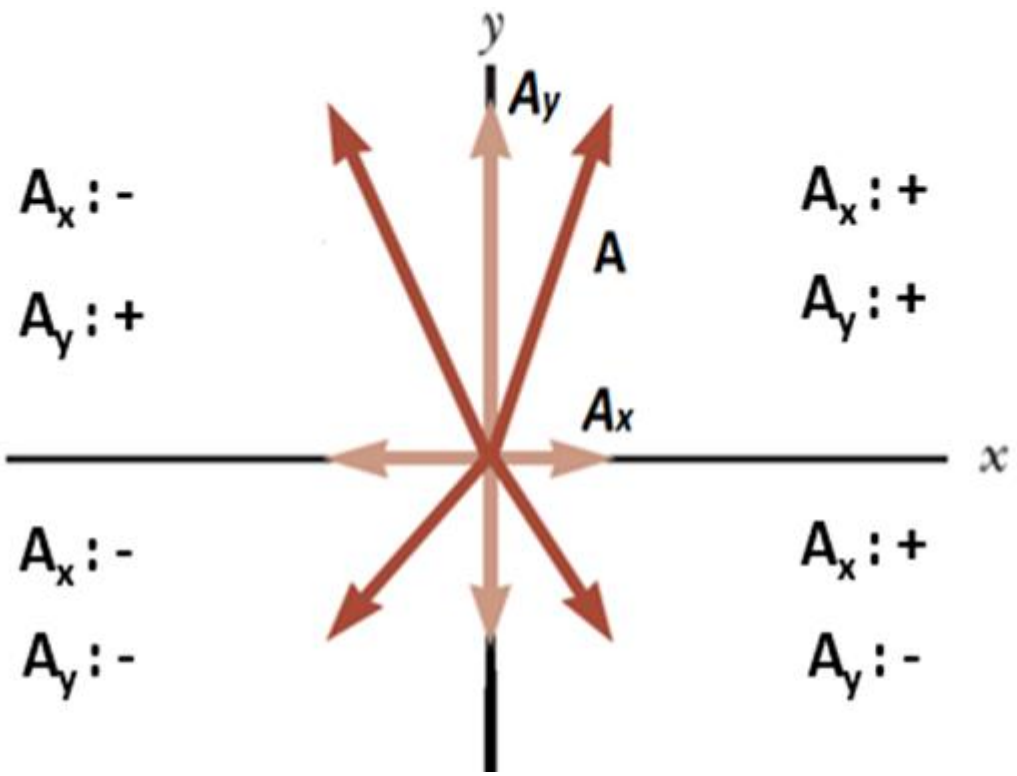


4- إيجاد زاوية واتجاه المحصلة من القانون

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$$

Vector Addition : c) Components Method

جمع المتجهات (ج) طريقة المركبات

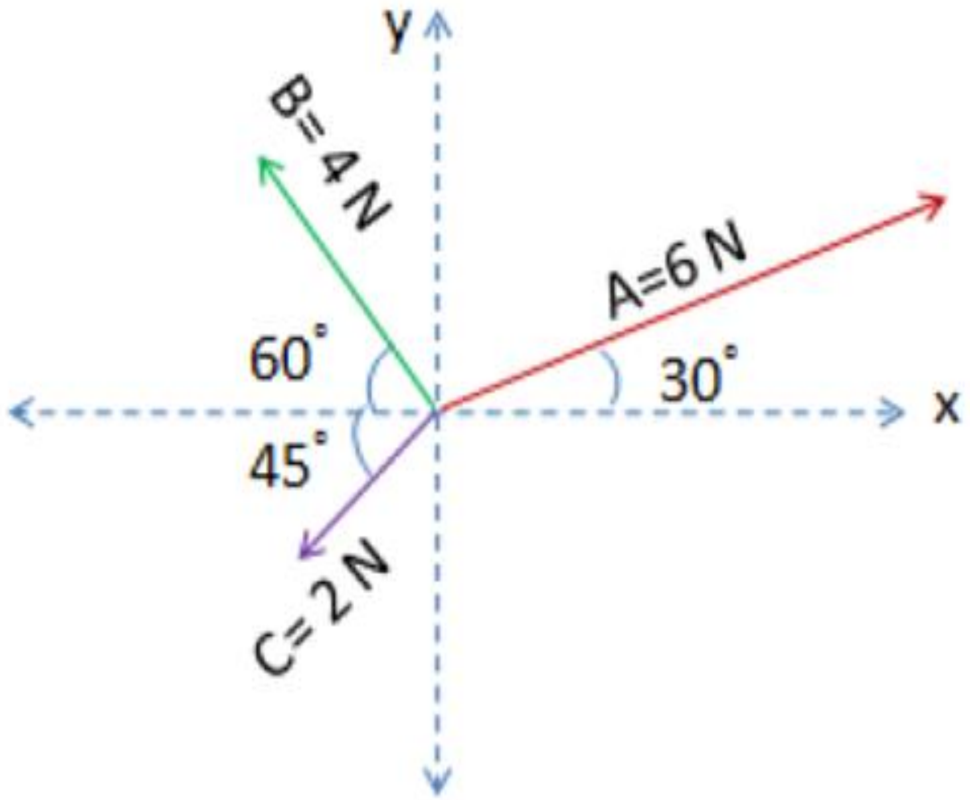


- من المهم جدا ان نعرف ان الإشارة السالبة والموجبة للمركبتين Ax و Ay تعتمد على موقع المتجه وزاويته كما بالشكل المقابل
- على سبيل المثال لو كان لدينا متجهة يقع في الربع الثاني بزاوية 60 فعند تحليل المتجهة لمركباته سنجد ان المركبة السينية Ax ستكون بالسالب بينما المركبة الصادية Ay ستكون بالموجب

Vector Addition : c) Components Method

جمع المتجهات (ج) طريقة المركبات

مثال: اوجد محصلة $R = A+B+C$ وزاويتها للمتجهات الثلاث الموضحة بالشكل التالي؟



Vector Addition : c) Components Method

جمع المتجهات (ج) طريقة المركبات

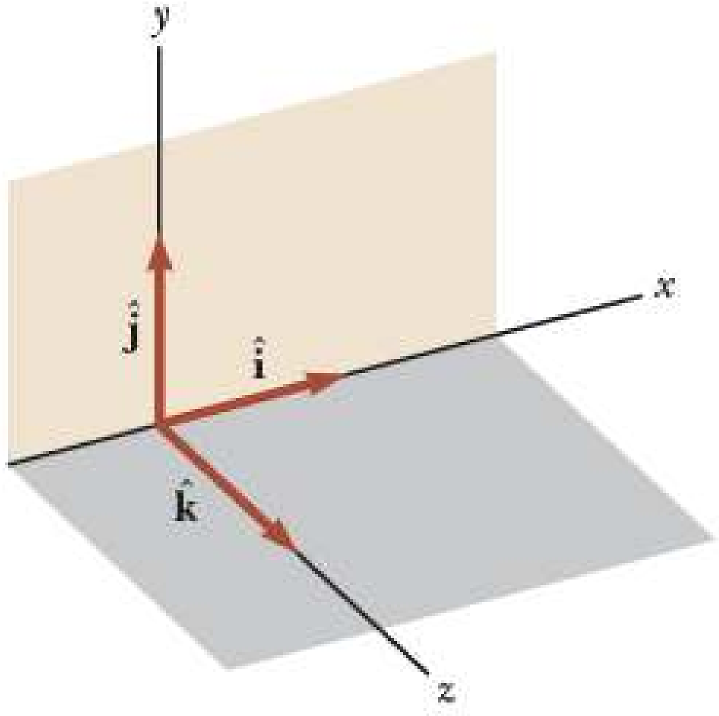
المتجه	المركبة السينية	المركبة الصادية
$\vec{A}$	$A_x = A\cos 30^o$ $= 6(0.866) = 5.2$	$A_y = A\sin 30^o$ $= 6(0.5) = 3.0$
$\vec{B}$	$B_x = -B\cos 60^o$ $= -4(0.5) = -2.0$	$B_y = B\sin 60^o$ $= 4(0.866) = 3.5$
$\vec{C}$	$C_x = -C\cos 45^o$ $= -2(0.7071) = -1.4$	$C_y = -C\sin 45^o$ $= -2(0.7071) = -1.4$
	$R_x = A_x + B_x + C_x$ $= 5.2 - 2.0 - 1.4 = 1.8$	$R_y = A_y + B_y + C_y$ $= 3.0 + 3.5 - 1.4 = 5.1$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(1.8)^2 + (5.1)^2} = \sqrt{29.25} = 5.4$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{5.1}{1.8}\right) = 70.6^o$$

Unit Vectors
وحدة المتجهات



- عند كتابة المتجهات في 3 ابعاد نجد صعوبة في التعبير عن الاتجاهات لذا غالبا يعبر عن الكميات المتجهة بدلالة وحدة المتجهات ووحدة المتجهة ليس لها قيمة او وحدة قياس ومقدارها 1. وتستخدم وحدة المتجهات في وصف اتجاه معين. سوف نستخدم الرموز i, j, k لتمثيل وحدة المتجهات مشيرة الى الاتجاه الموجب لـ x, y, z

magnitude of each unit vector equals 1; that is, $|\hat{\mathbf{i}}| = |\hat{\mathbf{j}}| = |\hat{\mathbf{k}}| = 1$.

Unit Vectors
وحدة المتجهات

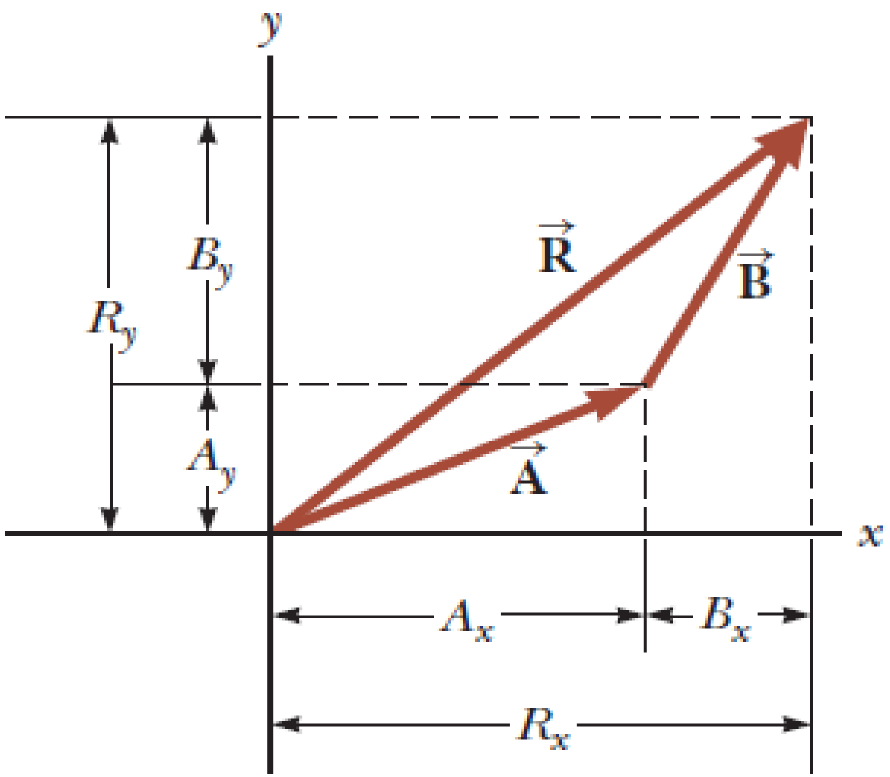
The resultant vector $\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ is

$$\vec{\mathbf{R}} = (A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}) + (B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}})$$

$$\vec{\mathbf{R}} = \underbrace{(A_x + B_x)}_{R_x}\hat{\mathbf{i}} + \underbrace{(A_y + B_y)}_{R_y}\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{R} = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$$



تمارين

اوجد جمع المتجهين A,B اللذين يقعان في المستوى xy ويعطيان بالعلاقة التالية:

A = (2.0i + 2.0j) m   and   B = (2.0 I – 4.0j)

$$\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}} = (2.0 + 2.0)\hat{\mathbf{i}}\text{ m} + (2.0 - 4.0)\hat{\mathbf{j}}\text{ m}$$

$$R_x = 4.0\text{ m} \qquad R_y = -2.0\text{ m}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(4.0\text{ m})^2 + (-2.0\text{ m})^2} = \sqrt{20}\text{ m} = 4.5\text{ m}$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = tan^{-1}\left(\frac{-2.0\text{ m}}{4.0\text{ m}}\right) = -27^\circ \longrightarrow$$

The negative angle means 27 clockwise from the *x* axis

Our standard: the angles are measured counterclockwise from the +*x* axis, $\theta = 360 - 27 = 333^o$

Unit Vectors
وحدة المتجهات

اذا كان لدينا متجهان A,B ولهما مركبات في 3 ابعاد x,y, z باستخدام وحدة المتجه يمكن الحصول على:

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \underbrace{(A_x + B_x + C_x)}_{R_x}\hat{i} + \underbrace{(A_y + B_y + C_y)}_{R_y}\hat{j} + \underbrace{(A_z + B_z + C_z)}_{R_z}\hat{k}.$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}.$$

$$\theta_x = cos^{-1}\left(\frac{R_x}{R}\right), \qquad \theta_y = cos^{-1}\left(\frac{R_y}{R}\right), \qquad \theta_z = cos^{-1}\left(\frac{R_z}{R}\right)$$

تمرين

جسيم يقع تحت تأثير ثلاث إزاحات كالتالي:

Δr_1= (15i +30j+12k)cm, Δr_2= (23i - 14j - 50k)cm, Δr_3= (-13i + 15j)cm,

اوجد مركبات محصلة الازاحة ومقدارها؟

$$
\begin{aligned}
\Delta\vec{\mathbf{r}} &= \Delta\vec{\mathbf{r}}_1 + \Delta\vec{\mathbf{r}}_2 + \Delta\vec{\mathbf{r}}_3 \\
&= (15 + 23 - 13)\,\hat{\mathbf{i}}\text{ cm} + (30 - 14 + 15)\,\hat{\mathbf{j}}\text{ cm} + (12 - 5.0 + 0)\,\hat{\mathbf{k}}\text{ cm} \\
&= \boxed{(25\,\hat{\mathbf{i}} + 31\,\hat{\mathbf{j}} + 7.0\,\hat{\mathbf{k}})\text{ cm}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\
&= \sqrt{(25\text{ cm})^2 + (31\text{ cm})^2 + (7.0\text{ cm})^2} = \boxed{40\text{ cm}}
\end{aligned}
$$